matemágica

la matemágica va a la escuela

Curiosidades matemáticas con un enfoque didáctico

Gustavo A. Cespedes Domínguez
Oswaldo J. Martínez Padrón

Universidad Pedagógica Experimental Libertador

Caracas, 2012

la matemágica va a la escuela

Curiosidades matemáticas con un enfoque didáctico

Gustavo A. Cespedes Domínguez
Oswaldo J. Martínez Padrón

Universidad Pedagógica Experimental Libertador

La edición de este libro ha sido posible gracias al aporte de la Dirección de Publicaciones de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador

Caracas, 2012

Título: *La Matemágica va a la Escuela*
Curiosidades Matemáticas con un Enfoque Didáctico

Diseño y realización de texto: María Teresa Hernández
Ilustración: Alnair Chirinos y María Teresa Hernández
Diseño y arte final de cubierta: María Teresa Hernández
Coordinación editorial y revisión de estilo: Aura Jaén de Castillo y Jesús Salvador Castillo

ISBN: 978-980-281-196-0

Hecho el Depósito de Ley: lf460201251066

1ª edición, 2012
Dirección de Publicaciones de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador

Directora: Nhora Mateos de Chacón

Independientemente de la fuente de financiamiento, todos los libros publicados por la Dirección de Publicaciones de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador son sometidos previamente a un sistema de evaluación por árbitros calificados.

Av. Este 2, Torre Morelos, Local 1, PB, Los Caobos, Caracas, Venezuela.
Teléfono: 0212-5767003 / 5766848. Fax: 0212-5767962

Impreso en Venezuela / Printed in Venezuela

El juego y la belleza están en el origen de una gran parte de las Matemáticas, si los matemáticos de todos los tiempos se lo han pasado tan bien jugando y contemplando su juego y su ciencia, ¿por qué no tratar de aprenderla y comunicarla a través del juego y la belleza?

Miguel de Guzmán

(Español: 1936-2004)

Investigador en Educación Matemática

A Gheisy,
Andreina
y Dilsia
luces en mi camino

Gustavo

A Valentina

Oswaldo

A la memoria de Aura Jaén de Castillo, quien siempre nos apoyó en nuestras propuestas

Índice de contenidos

Mensaje al lector

Teniendo como expectativa una Educación Matemática atractiva y de calidad, se elaboró este libro para que los lectores tengan la oportunidad de poner en escena y desarrollar un proceso de enseñanza-aprendizaje-evaluación basado en la ludicidad y en la magia.

La preparación del libro se hizo en función de los contenidos matemáticos que subyacen en un conjunto de curiosidades seleccionadas del mundo de la Matemática recreativa, reconociendo que tales contenidos son factores comunes de los programas oficiales seguidos para la formación de los escolares que cursan la educación primaria y secundaria en casi todos los países del mundo. En tal sentido, contiene actividades de enseñanza-aprendizaje-evaluación propicias para ser presentadas en rutinas de clase con apoyo de episodios didácticos cargados de misterio, curiosidad, interés, sorpresa, dramatización y magia. Es decir, planteadas en el ámbito de la **Matemágica**.

En su esencia, éste libro no es una guía para enseñar técnicas de magia; tampoco pretende sustituir a los libros de texto ni algún otro documento de consulta, dado que se constituye en un material auxiliar que puede ser utilizado al momento de desarrollar algunos contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales ocultos en las curiosidades que lo conforman. Su propósito es presentar las explicaciones matemáticas que sustentan ciertos *trucos* empleados por los magos en la realización de los actos realizados con tales curiosidades. Como tal, abre espacios para la acción creativa y mágica sobre la base de la novedad y utilidad de la **Matemágica** en el campo académico y recreacional. Por ende, es propicio para activar, mantener y desarrollar factores del dominio afectivo a favor de la Matemática. Estos elementos hacen que difiera de los demás materiales didácticos existentes en el mercado, vislumbrándolo como un texto que propicia el logro de aprendizajes matemáticos, donde se toman en cuenta variados factores cognitivos, afectivos, actuacionales y contextuales.

Presentación

La Matemática ha sido y sigue siendo una de las asignaturas que no gozan de la suficiente simpatía en el ámbito escolar. Tal situación ha contribuido a desarrollar importantes iniciativas dirigidas a cambiar la motivación y el afecto a fin de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje-evaluación de los contenidos matemáticos. Una de esas iniciativas se ha venido materializando con los juegos didácticos, ya que permiten reforzar, afianzar o aprender de manera dinámica y atractiva. Tambien, contribuyen a eliminar tensiones o actitudes negativas hacia el aprendizaje de nuevos contenidos matemáticos (García de Clemente, 1994; Martínez Padrón, 1997; Cespedes, 2006; Groenwald y Martínez Padrón, 2007).

Orientados por los planteamientos anteriores y pensando en una opción socializadora, dinámica, atractiva, mágica y diferente a la tradicional, se presenta este libro denominado **La Matemágica va a la Escuela**, el cual contiene un conjunto de actividades pertenecientes al campo de la numeromágia, sustentadas en curiosidades matemáticas propuestas con un enfoque didáctico. Presenta, además, aspectos teórico-prácticos concomitantes al desarrollo de actividades organizadas con variados contenidos matemáticos que, tradicionalmente, aparecen disgregados en casi todos los grados que conforman la educación primaria y secundaria de muchos países.

Tales actividades están estructuradas en función del desarrollo de contenidos matemáticos, donde se toman en cuenta las competencias correspondientes, y los referentes aritméticos (ejemplos) y algebraicos que dan luz para la construcción de variantes. Los referentes algebraicos permiten mostrar el desarrollo y explicación de cada curiosidad. También constituyen en una invitación constante para que se desarrollen demostraciones que obliguen explicaciones matemáticas. En este sentido, abren espacio para el uso formal de contenidos algebraicos en busca de generalizaciones que trascienden las verificaciones o comprobaciones que acostumbran abordarse en los primeros seis grados de cualquier programa de Matemática, pues las tareas, en esos grados, no tienen ni exigen el rigor algebraico que si debe desplegarse en los grados inmediatos superiores. Eso quiere decir, que en los primeros grados el estudiante sólo puede ser invitado a realizar verificaciones a través de ejemplos, a resolver ejercicios apoyados en algoritmos y, sobre todo, a resolver problemas que lo reten y le inviten a desplegar una serie de referentes cognitivos, metacognitivos, actuacionales y afectivos, dejando para los siguientes grados la inclusión de las demostraciones, si vienen al caso. No obstante, el docente sí está obligado a realizarlas, ya que además de tener el nivel académico necesario, requiere tener la prueba de las explicaciones demandadas.

Para garantizar el éxito, las actividades propuestas en este libro deben desarrollarse bajo un ámbito adivinatorio, en función de los resultados esperados de cada curiosidad matemática, valiéndose de las explicaciones matemáticas que se den a lugar. Por cierto, dichas explicaciones no deben anunciarse ni desarrollarse hasta que en los participantes no se despierte el interés, la curiosidad y el asombro por su adivinación. Se recomienda que la puesta en escena de estas actividades esté cubierta por situaciones misteriosas, interesantes, llamativas, sorprendentes y, por supuesto, mágicas y capaces de abrir procesos de búsqueda de razones que expliquen, matemáticamente, los resultados. Esta manera de abordar y desarrollar la clase, combina el carácter científico de la Matemática con el arte que encierra la magia, conformándose un binomio que da espacios para mostrar resultados asombrosos que sólo responden a una explicación matemática.

La manera de presentar dichas situaciones es aproximada a la mencionada por Alegría y Ruiz (2002), cuando referencian lo que hacen los magos en la realización de sus actos, para dar respuesta a los trucos que se ponen en escena.

Durante el proceso previamente descrito, el **matemago** (ejecutante del acto), al igual que los magos, debe poner en escena una capacidad histriónica que *disimule* los aspectos que explican matemáticamente la situación, y creando un ambiente mágico idóneo para generar curiosidad, interés, misterio y sorpresa en el auditorio. Ese efecto, no puede usarse para revelar el secreto del truco, sino para crear tensión y asombro en los participantes; pues, de lo contrario se perdería el sentido de éste. Sin embargo, luego de cubrirse una etapa previa de conflicto, generada por la necesidad de explicar los resultados, es necesario presentar situaciones que permitan descubrir y determinar el porqué de los resultados.

El texto, también aspira colaborar con la formación, capacitación, actualización y perfeccionamiento de los docente en cuanto a la consideración y desarrollo de factores correspondientes al dominio afectivo que, como se sabe, favorece el aprendizaje de la Matemática.

Las consideraciones, previamente planteadas, colocan al docente en la posibilidad de tomar decisiones fundamentadas sobre la base de la inserción de la **Matemágica** en situaciones didácticas, las cuales obligan a poner a prueba todas las potencialidades cognitivas, actuativas y afectivas de los estudiantes. Tales situaciones han de ser atractivas, dinámicas, interactivas y motivantes a fin de estimular y desarrollar, favorablemente, el afecto de los educandos hacia la Matemática y, a su vez, suavizar la rigidez de la clase donde no se mutile la esencia, el rigor e importancia de los contenidos que deben afianzarse, producirse y construirse en dicha clase.

Para efectos del lector, los autores acuerdan la incorporación de los términos **Matemagia** y **Matemágica**, según las siguientes acepciones: **Matemagia**, como la manifestación del arte de combinar la Matemática con la magia. Y **Matemágica**, como la aplicación de la matemágia en situaciones misteriosas, que pueden ser respondidas mediante explicaciones matemáticas.

Para estructurar el texto se tomaron en cuenta aspectos que propician el entendimiento y uso de la **Matemágica** en como vía para mejorar lo que acontece en el aula. En este sentido, en el capítulo 1 se hace un abordaje sobre lo que es la **Matemágica** y el para qué de la misma, incluyendo su conexión con el afecto. En el capítulo 2 se presenta información teórico-referencial sobre lo que se entiende como curiosidad matemática, haciendo diferenciaciones con otros objetos de ámbito recreativo. En el capítulo 3 se plantean los alcances y la secuencialidad del libro, haciendo profundizaciones en función de las curiosidades que lo conforman. En el capítulo 4 se proponen 21 actividades sustentadas en curiosidades matemáticas, organizadas según los desgloses por contenidos de las mismas seguidas de sus correspondientes referentes aritméticos y algebraicos, sin excluir explicaciones y posibles variantes. En algunos casos, se complementan con informaciones suplementarias que nutren lo planteado en cada caso o abren nuevas expectativas. En el capítulo 5 se presenta una nueva curiosidad denominada **El Lector de Mentes**. La separación de ésta, en capítulo aparte, se hace con el propósito de desplegar mayores detalles teórico-prácticos que apoyen al docente no sólo en el manejo de este tipo de actividades, sino, también en la búsqueda de otras perspectivas lúdico-mágicas que posibilitan la creación de nuevos rumbos variacionales. En el capítulo 6 se ofrecen lecturas complementarias relacionadas con cartas, dados, dominó, números y algunas nociones sobre sistemas numéricos. Su único fin es el de apoyar a los lectores en el manejo de un lenguaje básico ligado a este tipo de recursos y conceptos constitutivos.

Como se ha declarado que la **Matemágica** es el principio rector utilizado para diseñar las actividades que constituyen este libro, se hace necesaria la prescencia de un personaje que ejerza el rol de matemago en este texto: el **Buhomago**.

El Buhomago

El Buhomago es un personaje creado para ilustrar y ambientar las múltiples secciones que conforman este libro. Debe su origen a la combinación de un búho y un mago.

La escogencia del búho se hace porque, tradicionalmente, representa sabiduría y observación. De igual manera, suele utilizarse para el que estudia, ve con atención y busca lo que desea hasta en espacios carentes de luz. Por estar ligado a la sabiduría y a la inteligencia, tiende a ser vinculado con conocimientos y saberes.

La caracterización del mago está circunscrita a la capacidad de quien presenta los efectos de la actividad. Como tal, asume el basamento de la acción y ayuda a avisorar el efecto anunciado a través de la magia, arte que tienen algunas personas de poder hacer cosas asombrosas por medio del uso de su conocimiento personal.

Así, el Buhomago ilustra casi todas las secuencias, asumiendo el rol de matemago, representando a un personaje cargado de amplitud mental y lleno de saberes matemáticos que concentra su voluntad hacia el logro exitoso de actividades realizadas en ambientes cargados de ilusión, sorpresa, maravilla, ingenio, dominio, admiración y asombro.

capítulo 1

La Matemágica

La **Matemágica**[1] es pensada como un conjunto de actividades lúdicas sustentadas en procesos interactivos y dinámicos, que parecen mágicos. Tales actividades pueden ser organizadas con contenidos que subyacen en recursos tales como las curiosidades matemáticas. Por lo tanto, abre un mundo de posibilidades para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje-evaluación de la Matemática, debido a la motivación, el interés y afecto que puede despertar en los estudiantes al momento de participar en experiencias de aprendizaje, cargadas de asombro, misterio, interés y magia.

Como la **Matemágica** es de naturaleza lúdica, interactiva y dinámica se considera favorable para disminuir la aversión, el odio, el miedo, la rabia, la apatía y todo ese compendio de acciones sustentadas en factores del dominio afectivo. Entre los factores en referencia destacan creencias, concepciones, sentimientos, emociones y actitudes de rechazo ligados al fracaso de los estudiantes en Matemática. Asignatura que sigue siendo impopular entre la mayoría de ellos por considerarla que tiene poco poder atractivo (Madail, 1998; Martínez Padrón, 2007).

Cuando se piensa en **Matemágica** se hace en torno a actividades lúdicas y mágicas. Esto último, toma fuerza al momento encontrar los resultados que suelen plantearse sobre la base de procesos tales como adivinar números, fechas o figuras, encontrar coincidencias o regularidades, establecer comparaciones y realizar trucos numéricos. En esos espacios de acción, la lógica matemática, las relaciones numéricas o las propiedades o características de los contenidos que allí subyacen, constituyen el soporte explicativo de todo lo que acontece en el encuentro de soluciones a situaciones cargadas de asombro, interés, incertidumbre y magia. Así, la magia, sustentada en contenidos matemáticos se constituye en una actividad que abre todo un mundo de posibilidades, tanto para motivar a la audiencia que participa en las experiencias, como para captar su atención e interés, no sólo dentro de los ámbitos escolares sino, también, en otros escenarios de carácter recreativo donde se integran los diferentes miembros de la comunidad escolar y extraescolar.

Lo mágico, configurado en razón de la naturaleza de los contenidos matemáticos implícitos en las situaciones, la manera de presentarlas y el diseño utilizado para determinar o descubrir los resultados correspondientes, propicia el desarrollo de capacidades, en los estudiantes mediante, el abordaje de contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales.

En todo caso, la **Matemágica** es propicia para el desarrollo de actitudes favorables hacia la Matemática, tanto en el aula como fuera de ella en función de los componentes cognitivos, afectivos, comportamentales, contextuales y de acción que afloran en esas escenas de carácter mágico.

1 Palabra tomada del cortometraje *Donald in Mathmagic Land*, de Walt Disney Pictures (1959) en cuyo argumento el pato Donald ejecuta el rol de un explorador que alumbra contenidos matemáticos presentes en aspectos tales como la naturaleza, la música, los juegos y las obras del hombre.

En experiencias de aula donde se ha usado la **Matemágica**, los autores de este libro han registrado expresiones de asombro y sorpresa tales como: *¡es verdad!, !qué maravilloso!, ¿cómo lo adivinó?, ¿cómo lo supo?, ¿cómo lo hizo?, ¡seguro fue una casualidad!, ¿acaso usted es mago? o ¿usted tiene poderes sobrenaturales?* en relación con quien *adivina* los resultados de las curiosidades matemáticas (el matemago: el ejecutante que dirige la actividad), pues, toda actividad pensada desde este mundo requiere que el espectador sea sorprendido por la ejecución del acto, aún sabiendo que podría basarse en el dominio que el matemago tiene sobre la Matemática, lo cual es un buen momento para invitar a los espectadores a buscar o descubrir el porqué de lo acontecido y así, concretar nuevos espacios para asimilar experiencias que, en algunos casos, tocarían procesos de inducción y generalización. Cabe destacar que, si no hay asombro ante el hecho, sino sólo se da respuesta, la actividad no logra el efecto que requiere la **Matemágica**. Por tal motivo, aquellos acertijos, donde sólo se adivinen resultados alejados del efecto mencionado, están excluidos del mundo de la **Matemágica**.

En resumen, la **Matemágica** está definida como un conjunto de actividades de carácter lúdico diseñadas para facilitar el parendizaje de contenidos matemáticos de manera dinámica, entretenida e interactiva, generando situaciones de carácter histriónico, asombroso, mágico y sorprendente al momento de buscar, descubrir o presentar los resultados de las situaciones-problemas propuestos. Estas actividades constituyen una secuencia de actuaciones concatenadas y concretas que debe ejecutar el matemago. Por tener su génesis en el mundo de la magia, deben estar cubiertas de cierto misterio, donde lo mágico parece ser lo único razonable para obtener la solución. En este sentido, hay que mantener un halo secreto del acto, antes de mostrar los procedimientos matemáticos asociados a los procesos de producción y construcción de conocimientos que se aspiran en las experiencias de aprendizaje (Martínez Padrón, 2007). Aquí el ejecutante desempeña un doble rol: el de matemago, para presentar las situaciones en forma sorprendente, y el de experto en los contenidos matemáticos que enseña, lo que le va a permitir dar las explicaciones matemáticas correspondientes.

Dado que la **Matemágica** puede desarrollarse en función de algunos elementos particulares, en ella se distinguen los siguientes tipos:

La **Numeromágica** donde el sustento de la actividad está basado en aspectos tales como el conteo, la escritura de los números, la ordenación de los mismos, la determinación de magnitudes y operaciones aritméticas, con sus correspondientes expresiones algebraicas.

La **Geomágica**, basada en actividades donde se utiliza la geometría y sus elementos característicos. Por su naturaleza, puede ser visual y manipulable, pudiendo apoyarse en contenidos aritméticos para el cálculo de dimensiones.

Se destaca que existen algunos subtipos de situaciones que dan cuenta del uso de objetos particulares o concretos tales como las cartas o los dados, en las que no debe haber espacio para el engaño o la trampa sino para las explicaciones matemáticas. Las situaciones planteadas, con tales objetos, forman parte del mundo de la **Cartomágica** y la **Dadomágica**, las cuales son explicadas con sustentos matemáticos o con aplicaciones lógicas.

En ocasiones, las actividades que se diseñan usando dichos objetos suelen ser más impactantes que las realizadas sólo con números o con figuras geométricas, pues, permiten un plano visual y manejable no siempre presente en los otros casos.

En los subtipos mencionados, los participantes suelen manejar muy pocos contenidos matemáticos en la ejecución de la tarea. A lo sumo cuentan, ordenan, identifican, particionan, memorizan y, en mucho de los casos, sólo observan. En estos casos, la mayoría de los contenidos matemáticos son manejados por el matemago. Sin embargo, no tiene por qué dominarlos o por qué dar las explicaciones matemáticas correspondientes para que la actividad sea exitosa, aunque no es lo deseado.

Matemágica ¿para qué?

Las razones para incorporar la **Matemágica** en el mundo social son muchas y, quizás, la más importante se basa en la necesidad de mejorar la atracción y el afecto hacia la Matemática.

Se ha destacado que la **Matemágica** puede ser propicia para provocar el interés y la motivación mediante actividades presentadas en formatos cargados de dinamismo, interés, acción, ingenio y magia. Este ingenio, por hablar de alguna de esas particularidades, puede aflorar en una situación de resolución de problemas ligados a curiosidades matemáticas; provocando, incluso, el encuentro de soluciones elegantes y geniales. De igual manera, el interés por la actividad se obtiene causando efecto sorpresa, mediante situaciones paradójicas que llamen la atención: planteando soluciones asombrosas que engañan al sentido común, rompiendo argumentos, ofreciendo desafíos o manteniendo la tensión. En relación con lo paradójico, el efecto se puede presentar como una idea para confundir al espectador, haciendo que resulte asombrosa para dar lugar a aserciones, inverosímiles, que se presentan con apariencia de verdad.

Como la **Matemágica** tiene su génesis en el mundo lúdico (Martínez Padrón, 2007), lo aprendido, apoyado en ella, puede ser permanente, debido a la carga emocional existente en su seno. De manera que, cuando se quiere generar un alto grado de motivación y autoconfianza durante los encuentros con el mundo de la **Matemágica**, es necesario que sean desafiantes y llenos de significación. Si, por ejemplo, se quiere detectar regularidades en el sistema de los números naturales, sustentadas en su carácter decimal y posicional, basta con tomar curiosidades de adivinación de números cuya solución se hace en función de sus contenidos implícitos. También, la propia naturaleza de la curiosidad posee lo desafiante que dispara la emocionalidad a la cual se hace referencia.

En relación con la eficacia didáctica de la **Matemágica**, se puede asegurar que reside en la imaginación y en la voluntad de quien organiza la actividad. Eso significa que su utilización debe estar en manos de sujetos creativos y con una carga histriónica capaz de darle un carácter mágico, útil, novedoso, impactante e innovador. Tales condiciones son necesarias para captar la atención del auditorio e involucrarlo, exitosamente, en la experiencia de aprendizaje.

Matemágica y afecto

Es difícil encontrar un acto humano que no esté impregnado de contenidos matemáticos, dándose a entender que la naturaleza del mundo gira a su alrededor. Quizás por eso se resalta que la Matemática es importante en el ámbito social, sobre todo cuando se sabe que permite resolver problemas del entorno. Aprenderla , también proporciona entendimiento, comprensión y explicación de lo que allí acontece. A causa de eso y de otras situaciones, se han inventado, descubierto y procesado muchos contenidos útiles, pero también se han ingeniado otros que aún no tienen una aplicabilidad inmediata y, posiblemente jamás la tendrán, aunque estén cargados de mucha belleza.

Es claro que aquellos contenidos matemáticos útiles, debido a su aplicabilidad para resolver problemas del entorno, requieren ser aprendidos, bien para usarlos en la práctica diaria o en experiencias de vida, o bien para satisfacer situaciones escolares planteadas por los docentes. En el caso de ser promovidos en la escuela, eso debe hacerse de una manera útil, efectiva, agradable y entretenida, evitando así una disposición negativa que puede producir rechazo o aversión de los estudiantes hacia el objeto de estudio. Pero, lo evidente es que el panorama dentro de un aula de clase, resulta casi siempre desalentador, y los estudiantes que allí interaccionan suelen poseer actitudes negativas para el aprendizaje de los contenidos matemáticos: los consideran difíciles e inalcanzables, haciendo que la Matemática continúe siendo vista como compleja y poco útil para el desenvolvimiento cotidiano (Madail, 1998; Martínez Padrón y González, 2007). Iguales problemas existen cuando se evalúan estos contendidos, pues, no se han podido viabilizar con verdadero éxito, las estrategias adecuadas para medir y evaluar lo aprendido de manera apropiada y significativa. De allí que se hace necesario transformar el proceso de su enseñanza en un acto dinámico y motivante donde se desarrolle un afecto favorable hacia el aprendizaje de la Matemática.

Ya se ha indicado que los juegos didácticos presentan muchas bondades para el proceso de enseñanza-aprendizaje-evaluación de la Matemática; por ende, aparecen explícitos en casi todos los programas educativos, a nivel mundial. Las potencialidades de esta técnica son amplias y una de las tantas razones es que siempre permite combinar el placer con el trabajo. En el caso de la **Matemágica** contribuye con la formación de actitudes favorables hacia la asignatura (Martínez Padrón, 1997). Otra razón, es sostenida por Jiménez (1996) quien señaló, desde hace más de una década, que en el futuro la escuela desarrollará metodologías donde lo lúdico será el pilar de la actividad cognoscitiva. Esa aseveración parece estar vigente, cada día más, dado que la avasallante presencia de los juegos didácticos da cuenta de esa realidad, basta observar que dentro las actividades programadas para reforzar y ejercitar contenidos matemáticos, existe una cantidad de materiales lúdicos, tanto concretos como computarizados, que están insertos en proyectos innovadores desarrollados en multimedia o a través de la red.

Vale destacar que, cuando el juego didáctico se plantee dentro del mundo de la **Matemágica**, lo que se precisa es una búsqueda de soluciones con presentaciones cargadas de magia. Quien dirige la actividad debe dejar, en la audiencia, la propuesta de buscar el porqué de determinados resultados. Ello obliga al trabajo particular o mancomunado en pro de diseñar estrategias para explicar dichos resultados que, en primera instancia, parecen fruto de una actividad mágica, pero sólo responden a una aplicación de conceptos o propiedades. En todo caso, tiende a combinarse el talento de los sujetos participantes con la capacidad histriónica del docente o director de la actividad.

Una curiosidad matemática no es, en esencia, un juego. Pero, el docente puede darle un matiz lúdico-mágico en su desarrollo y ubicar a los estudiantes en situaciones de aprendizaje y de reforzamiento o afianzamiento de contenidos de la asignatura de una manera recreativa y motivante, sin la presión ni la rigidez propia de una tradicional tarea matemática.

El desarrollo de actividades sustentadas en curiosidades matemáticas podría despertar la motivación y el interés de los estudiantes hacia determinados contenidos. Al mismo tiempo, producir cambios en las creencias y concepciones asumidas acerca de la Matemática ya que prodría considerarsela divertida y, sin proponérselo, usarla como juego. Siendo así, se transforma en un instrumento social y comunicacional.

Las razones expuestas son suficientes para considerar que, al igual que los juegos didácticos, la **Matemágica** es vital y fructífera para el desarrollo de hábitos y actitudes favorables para el trabajo en grupo (Martínez Padrón, 1997; 2007); haciendo al estudiante un ser más social. De allí emerge una gran variedad de factores del dominio afectivo, en el campo de la Educación Matemática, necesarios para producir, desarrollar o sostener elementos favorecedores para el aprendizaje de la Matemática.

El dominio afectivo

La enseñanza de la Matemática ha experimentado importantes cambios, en las últimas décadas. Tradicionalmente, su aprendizaje ha sido medido por logros de tipo cognitivo, sin tomar en cuenta contenidos de dimensiones afectivas. Al efecto, es necesario considerar varios factores del dominio afectivo en la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de la Matemática, por estar sólidamente arraigados en el individuo (Gómez Chacón, 2000; Martínez Padrón, 2005). Entre estos factores se destacan: creencias, actitudes, emociones, sentimientos, valores, atribuciones, concepciones y motivación, considerándose los tres primeros como básicos, aunque ninguno de los actores del proceso pedagógico está ajeno a dichos agentes como es el caso de la motivación. De allí, que es importante hacer breves referencias a los factores destacados en esta oportunidad.

Actitudes

Los contenidos actitudinales han tomado gran relevancia en la formación académica de los estudiantes, constituyendo parte fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje-evaluación de la Matemática. Su importancia es relevante tanto en el éxito como en el fracaso no sólo de los estudiantes sino de sus docentes, pues, en las experiencias de clase es común conseguir situaciones de calma, persistencia, impulsividad, autocontrol, autoconcepto, flexibilidad, descalificación, rabia, odio, tristeza o alegría lo cual está comprometido con componentes cognitivos, afectivos, conductuales y conativos que configuran a las actitudes que, en este caso son asumidas como predisposiciones comportamentales u orientaciones afectivas que un sujeto adquiere y son acompañadas con reacciones valorativas o evaluativas manifiestas a través del agrado o desagrado hacia algún objeto, sujeto o situación. En todo caso, implican una evaluación hacia algo o alguien, determinan las intenciones personales, influyen en el comportamiento, actúan como motivadoras y suelen ser útiles para describir, analizar, comprender o explicar lo que acontece en relación con lo que se enseña, lo que se aprende o lo que se evalúa (Martínez Padrón, 2008b).

Las ideas anteriores permiten precisar que las actitudes tienen, en su seno, aspectos que tienen que ver con el conocer, el saber, la emocionalidad, el sentir, la intencionalidad, el comportamiento y las acciones. Sobre esa plataforma se precisan cuatro componentes o dimensiones: (a) el componente cognoscitivo: ideas, creencias, concepciones; (b) el afectivo: sentimientos y emociones; (c) el conativo o intencional; y (d) el conductual o comportamental, señalando que cuando se conjuga este último con lo intencional aparece un referente de acción que da luz para comprender las reacciones evaluativas del sujeto hacia los objetos o los mismos sujetos (Martínez Padrón, 2008a; 2008b).

En resumen, las actitudes son concebidas como posturas evaluativas de parte de un sujeto ante un objeto o situación, pudiendo ser favorables o desfavorables. Por lo tanto, es tarea de los docentes diseñar actividades que impulsen o desarrollen actitudes favorables hacia los aprendizajes matemáticos.

Creencias

Un factor del dominio afectivo que adquiere cada día más reconocimiento, por parte de quienes investigan en Educación Matemática, son las creencias que poseen los estudiantes acerca de la Matemática, sobre sí mismo y sobre su relación con la asignatura (Gómez Chacón, 1997; Martínez Padrón, 2008a), pues, muchas de las acciones o respuestas de los estudiantes ante situaciones matemáticas se basan en lo que ellos conocen o creen conocer. De la misma manera, la planeación de la enseñanza por parte de los docentes, se sustenta en lo que ellos creen acerca de los contenidos y cómo pueden enseñarse. Allí se pone en escena lo que el docente piensa acerca del aprendizaje de la Matemática, de su papel en el aula y de cómo aprenden los estudiantes, entre otras creencias ligadas a los procesos.

Para dar mayor precisión sobre las creencias, se ha encontrado que están compuestas de tres elementos: cognitivo, afectivo y contextual, siendo el primer el más permanente y estable de ellos (Callejo y Vila, 2003; Vila y Callejo, 2004). En este sentido, toma fuerza el hecho de ser pensadas como principios rectores (Martínez Padrón, 2008a) que no sólo provienen del ámbito de la razón sino que también se emanan de otras fuentes tales como de los sentimientos, deseos y emociones.

Es importante señalar que las creencias son consideradas como parte del conocimiento, tienen carácter intersubjetivo y constituyen un referente cognitivo que sirve de soporte lógico y psicológico para condicionar, de alguna manera, lo afectivo y la predispocición de actuar. Son fundadas en las experiencias y representan construcciones que el sujeto realiza en su proceso de formación para entender el mundo, su naturaleza o su funcionamiento, jugando un papel preponderante en la generación de acciones. En tal sentido, son adquiridas y reforzadas a partir de la experiencia vivida, estando presentes al momento de actuar ante el objeto o sujeto que las motiva. Eso quiere decir que su consideración es relevante al momento de organizar experiencias de aprendizaje (Ponte, 1994; Martínez Padrón, 2008a).

Emociones

Aunque son los estados emocionales del individuo los que inician las disposiciones para actuar, el factor del dominio afectivo que ha sido menos considerado en el proceso de educativo es la emoción. Tal indiferencia se puede considerar injusta y las razones por las cuales se ha relegado a las emociones a un segundo plano quizás se deban a lo difícil que es detectar, observar o medir los estados emocionales de un individuo Sin embargo, se sabe que son respuestas organizadas más allá de las fronteras de los sistemas psicológicos, que incluyen lo fisiológico, lo cognitivo, lo motivacional y lo experiencial (Gómez Chacón, 2000).

Se destaca, que las emociones surgen como una respuesta de carácter interno o externo de cada individuo ante un evento, jugando un papel facilitador o debilitador, del aprendizaje de la Matemática. Por ende, repercuten en el éxito o en fracaso escolar de los estudiantes, por estar condicionadas a las creencias acerca de sí mismo y acerca de la Matemática. Pueden ser automatizadas y solidificadas en actitudes que impactan dichas creencias y contribuyen con su formación.

Motivación

¿En cuántas ocasiones los docentes se han preguntado cómo hacer para que sus estudiantes logren motivarse y poder hacer más efectivo el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática? Y, ¿cómo lograr cambiar la percepción que los estudiantes poseen acerca de la asignatura, al considerarla aburrida, rígida e inalcanzable? Con interrogantes como éstas, no se puede poner en duda la importancia del factor motivación como elemento que repercute en los procesos didácticos, sobre todo cuando se sabe fundamental en el desarrollo de la vida de un individuo.

Durante los actos pedagógicos, lograr que un individuo esté motivado, debe conducirlo al logro de acciones más productivas, pues es la que le impulsa a realizarlas y persistir hasta lograr lo perseguido. Esto se comporta como palanca que mueve la conducta, dando pie para definirla como un conjunto de procesos implicados en la activación, dirección y persistencia de la acción, obligando a considerar tanto variables personales internas de los sujetos tales como intenciones, actitudes, percepciones, atribuciones, valoraciones, expectativas y representaciones que tenga sobre sí mismo y de la tarea que pretende realizar, como aquellas variables externas que tienen que ver con el contexto en el que se desenvuelven (García y Doménech, 1997).

Sustentados en lo afirmado por el Ministerio de Educación (1987), García y Doménech (1997) y Flores (1999), se puede inferir que para aprender Matemática, o cualquier otra asignatura, es necesario que los estudiantes no sólo puedan hacerlo, lo cual hace referencia a capacidades, conocimientos, estrategias y destrezas necesarias (componentes cognitivos) sino que también quieran hacerlo y en este sentido, se toma en cuenta la disposición, la intención y la motivación (componentes motivacionales). Así, el aprendizaje no queda reducido sólo al plano cognitivo sino que obliga a considerar aspectos motivacionales donde se toman en cuenta factores tales como intenciones, metas y creencias las cuales dan cuenta de un espacio de acción que conjuga aspectos cognitivos, afectivos-motivacionales y contextuales. En todo caso, la motivación está relacionada con la voluntad y el esfuerzo por alcanzar las metas deseadas y, por ende, permite emprender, guiar y sostener determinados comportamientos y acciones necesarias para alcanzar dichas metas.

Como puede observarse, la motivación puede inducir a los estudiantes a adquirir disposiciones favorables hacia los aprendizajes y por ello debe tomarse en cuenta cuando se trata de aprendizajes matemáticos, pues, aún persisten problemas en este sentido. Por lo que se recomienda que se organicen experiencias pensadas en ambientes lúdicos como los que posibilitan las curiosidades matemáticas.

capítulo 2

Curiosidades matemáticas

Las curiosidades matemáticas han sido presentadas en diferentes y múltiples fuentes impresas y electrónicas de carácter recreativo. Eso ha ocurrido de manera masiva, durante muchos años y en diferentes culturas pero, en ningún caso han sido presentadas como están concebidas en este libro, en el cual se le da un carácter didáctico. Son estructuradas según referentes tomados de varios elementos que configuran las nuevas tendencias curriculares de la mayoría de los programas oficiales, vigentes, que trascienden lo meramente cognitivo.

Aunque se ha destacado que la ludicidad genera gran interés y motivación en los estudiantes (Martínez Padrón, 2003; 2007) aún quedan muchas cosas por hacer sobre todo cuando las actividades lúdicas son diseñadas en función de curiosidades matemáticas. Resulta importante destacar que su naturaleza es adecuada para crear interés y motivación en los espectadores en función de la determinación de los resultados. Su esencia permite diseñar experiencias que causan admiración o asombro en su presentación, destacando que, en algunos casos, poseen una belleza estética y, en otros, sorprenden por los resultados que se obtienen (Díaz, 2004).

En cualquier circunstancia, las curiosidades matemáticas suelen ser situaciones-problemas que se plantean sobre la base de la búsqueda de uno o varios resultados que tienen la propiedad de causar asombro, interés, admiración o motivación entre los resolutores. En su esencia, tienen un rasgo curioso en relación con los resultados solicitados en su planteamiento, los cuales se obtienen mediante la utilización de procedimientos sistemáticos que pueden incluir algoritmos o heurísticas en función de los contenidos matemáticos que en ellas subyacen.

El uso de las curiosidades matemáticas puede pensarse como un recurso didáctico constitutivo de experiencias de aprendizaje organizadas con el propósito de reforzar, afianzar, ejecutar, mantener, producir o construir conocimientos matemáticos. También pueden pensarse como agentes motivadoras del aprendizaje por el hecho de poder formar parte de actividades con índole lúdico.

El carácter lúdico no viene dado sólo por contener reglas para la participación en la actividad ni en obtener ganadores o perdedores, sino en la manera cómo son presentadas para descubrir resultados en función de los conocimientos matemáticos ocultos en la misma (Cespedes, 2006). Ello obliga a que el docente que las desarrolle, con fines didácticos, ponga en escena un carácter histriónico motivador que será útil para el alumbramiento de dichos resultados.

Al igual que los juegos didácticos, las curiosidades matemáticas pueden ser empleadas por el docente en cualquier momento del desarrollo de la clase, sobre todo cuando desee introducir un elemento motivante para reforzar, afianzar o aprender contenidos matemáticos del programa que en ese momento se esté desarrollando.

En la medida que las curiosidades sean utilizadas como parte de las experiencias de aprendizaje, es posible señalar la posibilidad que brindan para generar y desarrollar, en el estudiante, un vocabulario científico y socializador (Cespedes, 2006). El primero, se plantea en función del manejo adecuado de los elementos matemáticos que conforman su estructura. El segundo, se materializa cuando los sujetos interaccionan comunicacionalmente con sus pares, al momento de participar en la actividad lúdica, pues, aquí se comparte y se intercambian experiencias y conocimientos previos obtenidos en los contextos socioculturales donde están inmersos dichos sujetos.

Es muy probable que, tales experiencias, trasciendan el aula y sean llevadas por los estudiantes a otros espacios de su entorno familiar o recreacional, poniendo en escena sus dotes de *mago*, sin que se vea obligado a elaborar o dar la explicación matemática correspondiente, pues, bastaría con que domine la parte operativa que viene dada por conocer, solamente, el truco usado para adivinar el resultado matemático de la situación social establecida con esa intención. Nuevamente la **Matemágica** se constituye, en un medio que permite desarrollar favorablemente el afecto hacia la Matemática, mediante espacios extraescolares donde no necesariamente participan otros estudiantes sino familiares, amigos o conocidos de su localidad. En este sentido, lo afectivo, social, contextual, cognitivo y metacognitivo de cada sujeto se pone en escena para el logro de aprendizajes de contenidos matemáticos que no necesariamente son enseñados con la intencionalidad didáctica propio de las escuelas.

Clasificación de las curiosidades matemáticas

Las curiosidades matemáticas se podrían clasificar en formales y no formales (Cespedes, 2006). Las primeras poseen variadas estructuras matemáticas, y están sujetas a resoluciones algorítmicas, pudiendo requerir de ingenio y de destreza mental. Las segundas, de resolución heurística, no son propensas a modelos que permitan generalizaciones. Como se sabe, esta capacidad heurística es un rasgo característico de los seres humanos y está ligada a resoluciones creativas enmarcadas en el arte del descubrimiento y la invención, Un ejemplo es el siguiente producto de potencias: $2^5.9^2=2592$, cuyo resultado es realmente curioso. No obstante, esta particularidad no es generalizable.

¿Todos los objetos recreativos son curiosidades matemáticas?

En el mundo recreacional también existen otros objetos que no necesariamente son definidos como curiosidades matemáticas y, aunque brinden la posibilidad de ligar el encuentro de sus resultados con procesos adivinatorios o de otro tipo, no se plantean con efectos de asombro, sorpresivo o mágico que obligan a explicaciones matemáticas. Algunos de estos casos no se presentan con clasificación alguna, pudiendo encontrarse variantes e invariantes.

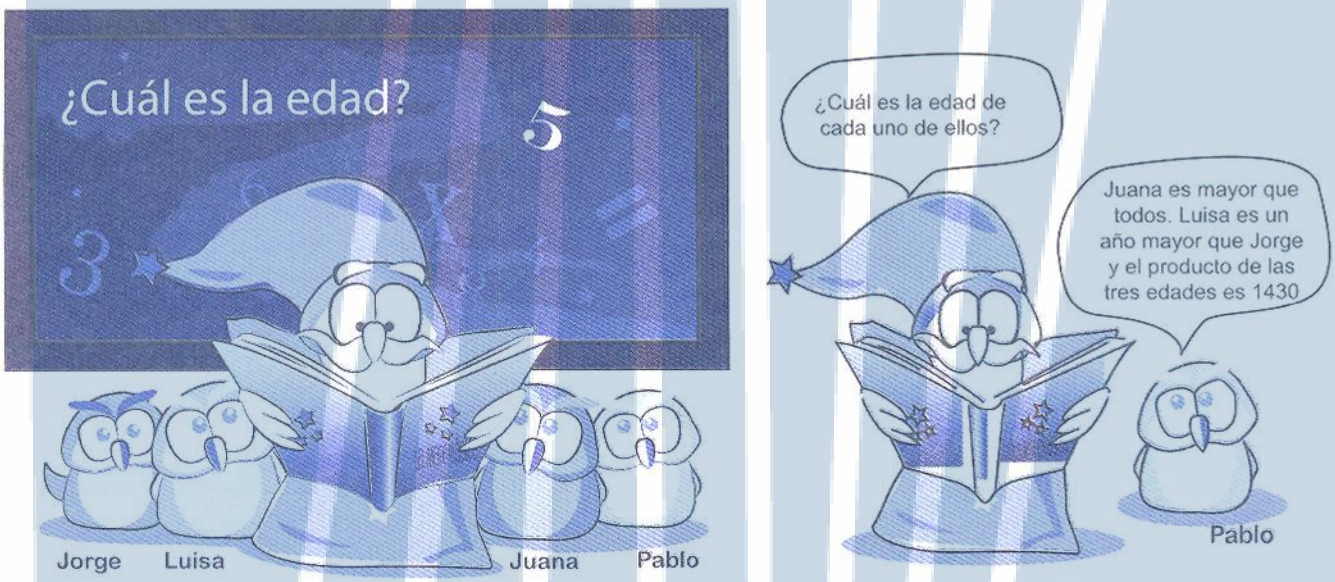
Acertijos matemáticos

Los acertijos suelen plantearse mediante situaciones paradójicas o a través de un juego de palabras, generalmente, en forma de pregunta donde se le encuentra el sentido oculto de una frase o la solución a un problema, pudiendo pensarse como similares a las adivinanzas.

Los acertijos matemáticos son considerados como enigmas o adivinanzas matemáticas, propuestos con la intención de entretener al lector. No obliguan a la búsqueda de resultados mediante situaciones de carácter mágico, asombroso y sorprendente. Por tanto, no pertenecen al mundo de la **Matemágica**.

Ejemplo[2]:

Para averiguar las edades de Juana, Jorge y Luisa, el Matemago pregunta a Pablo:



¡Muy bien, Gracias!, ¡eso es todo!, respondió el Matemago.
Con esos datos, ¿es posible determinar cuál es la edad de cada uno de ellos?

Respuesta:

Si el Matemago descompone 1430 en factores primos, obtiene que: 1430 = 2x5x11x13. Con esta información cualquier persona puede encontrar tres edades que satisfacen el planteamiento explícito en la pregunta y esos datos son: 13, 11 y 10, siendo 10=2.5. Eso quiere decir que Juana tiene 13 años, Luisa tiene 11 años y Jorge tiene 10 años.

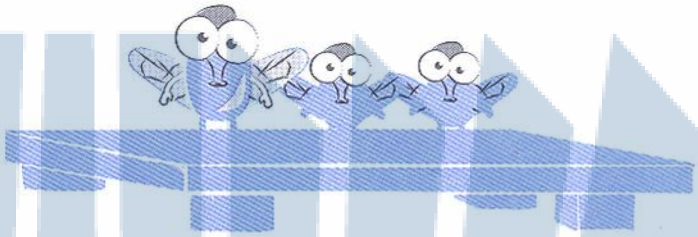
2 Adaptado de Rivero (2003), Acertijos Matemáticos (p. 4)

Problemas capciosos

En el mundo de la Matemática existen algunos problemas que son llamados capciosos cuando su "verdadera solución no es, generalmente, la primera que se nos ocurre" (Tahan, 1985, p. 226).

Ejemplo:

Si en una mesa hay 3 moscas y mato 1. ¿Cuántas moscas quedan?



Respuesta:

Queda una mosca muerta, dado que las demás se van.

Problemas curiosos

Se dice que un problema es curioso cuando presenta una solución ingeniosa sin que pueda llegarse a una generalización.

Ejemplo:

Un rico abogado poseía 11 autos antiguos de gran valor. Cuando murió, dejó un curioso testamento en el cual pedía que sus 11 autos fueran repartidos entre sus tres hijos. La mitad de los autos debía ser para el hijo mayor, la cuarta parte para el mediano y la sexta parte para el menor[3].

Respuesta:

Una solución posible se obtiene cuando se añade un auto hasta completar 12. Luego la repartición quedará así:

- Al hijo mayor le corresponden 6 autos ya que 6 = (12 / 2)
- Al hijo mediano le corresponde la cuarta parte de 12, es decir: 3 autos.
- Al hijo menor le corresponde la sexta parte de la cantidad total de autos, es decir: 2 autos.

Como puede observarse, la repartición se realizó de acuerdo con lo pautado pero esto no es posible para toda repartición, ¿curioso, verdad?

Aberrantes matemáticos

Los aberrantes matemáticos son aquellas demostraciones que al no seguir los pasos adecuados e irrespetar ciertas propiedades, pueden generar confusión y producir resultados ilógicos o falsos.

Ejemplo[4]:

Existen demostraciones que pueden inferir resultados falsos, tal es caso de la siguiente demostración donde se concluye que 1 = 2. Obsérvese por qué:

3 Tomado de http://wwwdma.fi.upm.es/docencia/primerciclo/matrecreativa/juegosnumericos/enunciados .html

4 Tomado de http://www.acertijos.net/curios.htm

Suponga que a = b y multiplique por b ambos miembros de la ecuación. Luego se tiene que:

a.b = b.b, es decir; a.b = b², pero se sabe que siempre a² = a²

luego:
a² - ab = a² - b². De allí que:
a(a-b) = (a+b). (a-b).

Si se simplifica a - b de ambos miembros, se tiene que:

a = (a+b)
como a = b; por hipótesis, queda que:
a = (a+a) y, en consecuencia:
a = 2a, simplificando a en ambos miembros, queda que:
1 = 2, lo cual es falso; ¿Podrías señalar dónde está el fallo?

Alcance y secuencialidad

A fin de darle organicidad al libro, se plantean un propósito, unos objetivos y se da información sobre las competencias e indicadores provenientes de los contenidos implícitos de cada curiosidad matemática, sin dejar de tomar en cuenta los correspondientes indicadores de evaluación. En función de tales referentes, se perfilan varias recomendaciones para la puesta en escena de las actividades aquí contempladas.

Propósito y objetivos

El propósito es ofrecerle al lector un material educativo, impreso, contentivo de actividades didácticas sustentadas en curiosidades matemáticas. Su enfoque está adaptado a lo contemplado en la mayoría de las propuestas curriculares que siguieron la última reforma educativa para la Educación Primaria en los países de habla hispana y para concretar los detalles se tomó como guía el Currículo Básico Nacional vigente en Venezuela (Ministerio de Educación, 1997; 1998). En vista de que esas propuestas incluyen, con preponderancia, contenidos actitudinales en concordancia con los procedimentales y los conceptuales, este libro hace hincapié en esos aspectos, sustentándose en actividades lúdicas con las que se pretende contribuir con mejoramiento de la motivación y con el desarrollo de actitudes favorables hacia el aprendizaje de los contenidos matemáticos. En tal sentido, pone en escena una serie de elementos curriculares que forman parte de la Educación Matemática.

Entre los objetivos que se persiguen se mencionan los siguientes

- Proporcionar un material instruccional impreso que permita: (a) crear, reforzar, desarrollar o mantener contenidos matemáticos de una forma amena y motivante, y (b) mejorar el afecto de los estudiantes hacia la Matemática.
- Reconocer el valor de las curiosidades en el desarrollo de actitudes favorables hacia la Matemática.

- Motivar a los docentes sobre la necesidad de diseñar clases divertidas, mediante el uso de curiosidades matemáticas, de una manera didáctica.
- Presentar a la Matemágica como una opción para el logro de aprendizajes matemáticos.
- Generar espacios de acción para que el docente busque, diseñe o cree experiencias de aprendizaje sustentadas en curiosidades matemáticas, así como invente variaciones o nuevas curiosidades a partir de sus experiencias en el área.

Alcance y secuencialidad de las curiosidades matemáticas

La tabla de alcance y secuencia que se presenta a continuación, se hizo con el fin de que cada docente pueda tener insumos para planificar las estrategias didácticas, necesarias para el aprendizaje de determinados contenidos matemáticos que conforman cada curiosidad seleccionada. Tales contenidos se concatenan con los conceptuales que conforman la mayoría de los programas de Matemática, vigentes, para los países de habla hispana. De manera que sus especificaciones permiten poner en escena cada curiosidad, de acuerdo con los intereses colectivos y específicos de cada grupo.

Con tales referentes, es posible identificar cada curiosidad, según los bloques de contenidos conceptuales y según los indicadores y competencias que desarrolla. Más adelante, se abundarán detalles en las actividades donde se incorporen aspectos tales como contenidos procedimentales y actitudinales, referentes aritméticos y algebraicos, justificación y posibles variantes de cada curiosidad. Es claro que la secuencia que se presenta estará sujeta al criterio y necesidad de cada usuario dado que, de acuerdo con el grado, pudiera eximirse la construcción de los referentes algebraicos por el hecho de que los estudiantes pudieran no poseer las competencias necesarias para comprender los planteamientos.

Tabla de alcance y secuencia de cada curiosidad

Curiosidad Nº	Nombre	Bloque de Contenidos				
		Números	Operaciones	Medidas	Geometría	Estadística
1	**Adivinando números**	• Identificación, lectura y escritura de un número Natural (N) usando referentes aritméticos y algebraicos • Valor de posición de un número • Reconocimiento del valor absoluto y relativo de una cifra	• Adición, sustracción y multiplicación en N usando algoritmos y expresiones algebraicas • Obtención de soluciones usando algoritmos y expresiones algebraicas • Uso de las propiedades de las operaciones en N			
2	**El año de nacimiento**	• Identificación, lectura y escritura de números Naturales (N) usando referentes aritméticos • Escritura de un número Natural en notación algebraica	• Adición y sustracción en N usando algoritmos y expresiones algebraicas • Obtención algorítmica de la soluciones • Uso de las propiedades de las operaciones en N	Medidas de tiempo		
3	**Un truco aritmético**	• Noción de número natural • Escritura de números de tres y seis cifras • Identificación de los órdenes de un número de seis cifras • Escritura de un número Natural en notación algebraica • Construcción de números usando patrones específicos	• Divisiones exactas de números Naturales • Relación "divide a" • Forma de un número de tres cifras al multiplicarlo por 1001 • Adición, sustracción y multiplicación en N usando referentes aritméticos y algebraicos • Descomposición factorial de un número natural			
4	**Adivinando la suma**	• Escritura de un número de cuatro cifras • Identificación del valor de posición correspondiente a una cifra • Escritura de la adición en forma de columna • Traducir situaciones del lenguaje natural al algebraico y viceversa	• Adición de números Naturales y expresiones algebraicas • Cálculo mental de sustracciones entre 9999 y un número de 4 cifras • Uso de las propiedades de las operaciones en N			
5	**La cifra tachada**	• Identificación de los valores de posición de un número Natural • Escritura de un número utilizando sus referentes unitarios	• Construcción de expresiones algebraicas de acuerdo con patrones o formas indicadas • Adición y sustracción en N, usando algoritmos y referentes algebraicos • Uso de los múltiplos de 9 • Descomposición factorial de expresiones algebraicas • Ecuaciones lineales en N			

Tabla de alcance y secuencia de cada curiosidad (continuación 1)

Curiosidad Nº	Nombre	Bloque de Contenidos				
		Números	Operaciones	Medidas	Geometría	Estadística
6	**El curioso treina y tres**	• Escritura de un número Natural usando referentes aritméticos y algebraicos • Escritura de nuevos números permutando dígitos • Valor de posición de un número Natural • Reescritura de números permutando sus dígitos.	• Adición, sustracción y radicación de números Naturales • Comparar números mediante relaciones de orden • Adición y sustracción de números en forma algorítmica y en forma algebraica • Uso de las propiedades de las operaciones en N			
7	**Descubriendo las edades**	• Identificación lectura y escritura de un número Natural • Identificación de cantidades por su valor posicional • Traducir situaciones del lenguaje natural al algebraico y viceversa • Valor de posición de un número	• Adición, sustracción y multiplicación en N usando expresiones aritméticas y algebraicas • Uso de las propiedades de las operaciones en N	Medidas de tiempo		
8	**Potencia de cinco**	• Escritura de un número con condiciones dadas • Escritura de un número de dos cifras en notación algebraica • Valor de Posición de un número	• Potenciación en N • Propiedad distributiva • Productos Notables • Factor Común • Relaciones de Orden • Adición y multiplicación en N usando cálculo mental, expresiones aritméticas y algebraicas			
9	**Adivinando el cociente**	• Escritura de números Naturales con condiciones iniciales • Escritura de un número en nomenclatura algebraica • Construcción de números usando patrones específicos • Traducir situaciones del lenguaje natural al algebraico y viceversa	• Cálculo de divisiones exactas • Adición, Multiplicación y división de expresiones aritméticas y algebraicas en N • Descomposición de un número en su forma polinomial • Aplicación de las propiedades de las operaciones en N			
10	**El número mágico**	• Escritura de un número de dos cifras • Escritura de un número con el valor posicional de sus cifras	• Adiciones y multiplicaciones en N de manera aritmética y algebraica • Uso de la propiedades de las operaciones en N • Escritura de un número en forma polinomial			

Tabla de alcance y secuencia de cada curiosidad (Continuación 2)

Curiosidad Nº	Nombre	Bloque de Contenidos				
		Números	Operaciones	Medidas	Geometría	Estadística
11	**Los tres dados**	• Escritura de números Naturales • Identificación de un número en situación cotidiana • Identificación de un número mediante sus valores de posición • Escritura de un número natural del lenguaje normal al algebraico y viceversa	• Adición, sustracción y multiplicación de expresiones aritméticas y algebraicas en N • Sustracción en N usando cálculo mental			
12	**Adivinando la suma de dos productos**	• Escritura de un número Natural de tres cifras • Representación de la adición en forma de columna • Escribir números usando nomenclatura algebraica • Escribir número complemento a 999 • Escritura de un número con característica propia • Escritura de un número Natural de tres cifras • Representación de la adición en forma de columna	• Adición y multiplicación en N • Cálculo mental de sustracciones entre 999 y un número de tres cifras • Producto de un número de tres cifras por 999 • Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición			
13	**La palabra mágica**	• Lectura e identificación de números naturales en situaciones reales • Escritura de un número de acuerdo con el valor de posición de sus cifras • Escritura de números en notación algebraica	• Adición, sustracción y multiplicación en N, en forma aritmética y algebraica • Sustracción mental de 200 a un número dado • Producto por la unidad seguida de ceros			
14	**Potencia mágica**	• Escritura de un número de tres cifras con condiciones iniciales • Lectura y escritura de un número en forma polinomial	• Potencias en N • Productos Notables • Multiplicación de potencias usando expresiones aritméticas y algebraicas			
15	**Prediciendo el perímetro**	• Escritura de un número para identificar las dimensiones de un rectángulo • Lectura de un número escrito en forma posicional	• Adiciones y productos en N aritmética y algebraicamente • Cálculo mental de para el cálculo de perímetros de rectángulos	Medidas de longitud	Perímetro de un rectángulo	
16	**Adivinando el volumen**	• Escritura de números para representar las dimensiones de un paralelepípedo • Lectura de un número expresado según su forma posicional	• Adiciones y sustracciones en N aritmética y algebraicamente • Cálculo mental de volúmenes de paralelepípedos • Producto de potencias de igual base	Medidas de longitud y volumen	• Volumen de un sólido • Dimensiones de un paralelepípedo	

Tabla de alcance y secuencia de cada curiosidad (continuación 3)

Curiosidad Nº	Nombre	Bloque de Contenidos				
		Números	Operaciones	Medidas	Geometría	Estadística
17	**La suma mágica**	• Escritura de un número de tres cifras y sus permutaciones. • Escritura de un número de acuerdo con el valor de posición de sus cifras	• Adición y División en N • Permutación de de las cifras de un número Natural • Adición y División de Expresiones Algebraicas			
18	**Una de dominó**	• Identifica números de acuerdo con su ubicación • Traduce situaciones del lenguaje natural al algebraico y viceversa	• Adición y multiplicación en N de forma aritmética y algebraica			
19	**Telepatía**	• Escritura de números naturales de manera usual y en notación algebraica • Traducción de un número natural escrito en forma polinomial	• Adición, multiplicación y sustracción de números Naturalaes de manera aritmética y algebraica			
20	**Predicción con el diccionario**	• Escritura de un número con condiciones iniciales • Traducción a forma algebraica de un número con condiciones iniciales	• Multiplicación de números naturales			Identificación de la frecuencia de un evento
21	**Una de cartas**	• Colocación de números Naturales no necesariamente de manera secuencial • Traducir situaciones en lenguaje natural al algebraico y viceversa	• Adición y Sustracción de números Naturales de manera algebraica y aritmética • Utilización de la congruencia módulo 10		Organizar elementos numéricos de manera triangular	

Competencias e indicadores de cada curiosidad matemática

La siguiente tabla señala algunas competencias, seguidas de sus correspondientes indicadores, derivada del análisis de los contenidos que subyacen en cada una de las curiosidades matemáticas que conforman este libro.

Relación de competencias e indicadores de evaluación

Competencias	Indicadores	Curiosidad Nº
• Reconoce y usa el sistema de numeración decimal como un sistema posicional y aplica la relación de orden entre los números Naturales	• Reconoce el sistema de numeración decimal como un sistema de numeración posicional de base 10 • Escribe números en el sistema posicional de base 10 • Compara y ordena números Naturales escritos en el sistema de valor posicional de base 10 • Identifica y escribe números Naturales en situaciones comunicativas • Conoce las diferentes formas de expresar un número en el sistema decimal	**Todas**
• Utiliza las operaciones de adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación en N seleccionando estrategias de cálculo que pudieran apoyarse en las propiedades de estas operaciones o en la utilización de las ecuaciones para determinar soluciones particulares	• Obtiene resultados de adiciones, sustracciones, multiplicaciones, divisiones, potenciaciones y radicaciones en N usando algoritmos o estrategias de cálculo mental • Realiza operaciones combinadas de adición, sustracción, multiplicación y división de expresiones algebraicas definidas en N • Usa las propiedades para facilitar las operaciones con números escritos en el sistema de numeración decimal • Obtiene cocientes exactos de divisiones usando algoritmos • Utiliza criterios de divisibilidad por 9 • Utiliza los múltiplos de un número natural • Lee, escribe e interpreta los elementos de una potencia • Lee, escribe e interpreta los elementos de una radicación • Utiliza las propiedades de potencias de igual base • Usa la potenciación para expresar un número en forma polinómica y simplificar la escritura de números terminados en cero • Compara y ordena potencias • Realiza adiciones y multiplicaciones de medidas de longitud, tiempo dentro de un mismo sistema de unidades • Usa ecuaciones para el cálculo de valores específicos • Identifica los miembros, términos, incógnitas y soluciones de ecuaciones • Traduce expresiones del lenguaje natural al lenguaje matemático, y viceversa, en situaciones referidas a relaciones entre números Naturales • Resuelve ecuaciones lineales en N	**Todas**
• Calcula longitudes de elementos geométricos, perímetros y áreas de figuras planas, y volúmenes de cuerpos geométricos usando las unidades de medida correspondientes, así como utilizando las unidades de tiempo para determinar referentes temporales tales como las edades.	• Reconoce al metro como una unidad de longitud, al metro cuadrado como una unidad de área y al metro cúbico como una unidad de volumen • Dibuja rectángulos y paralelepípedos identificando sus dimensiones atendiendo a condiciones establecidas • Usa las fórmulas para calcular el perímetro de un rectángulo y el volumen de un paralelepípedo con términos en la misma unidad de medida • Reconoce la importancia del uso de fórmulas para el cálculo de perímetros de figuras planas y de volúmenes de cuerpos geométricos. • Usa unidades de tiempo para establecer relaciones entre varios eventos	**2-7-15-16**

Relación de competencias e indicadores de evaluación (continuación)

Competencias	Indicadores	Curiosidad Nº
• Valora la utilidad del aprendizaje de la Matemática	• Reconoce la importancia de las operaciones aritméticas como herramienta que facilita la solución de problemas cotidianos y escolares • Aprecia las interrelaciones que se dan entre la Matemática y el mundo real • Valora la importancia de las mediciones • Muestra interés por la forma curiosa y mágica con la que se puede mostrar un planteamiento matemático y su solución • Reconoce y valora el lenguaje matemático para expresar situaciones cotidianas y de utilizad para la sociedad • Reconoce la utilidad de expresar un número Natural en forma polinómica para el entendimiento y compresión de los contenidos que subyacen en una curiosidad • Disfruta del uso de las curiosidades como herramienta de aprendizaje • Manifiesta creatividad por la búsqueda de soluciones bajo situaciones planteadas a través de la Matemágica	**Todas**
• • Utiliza la distribución de frecuencias en eventos donde se hace necesaria la toma de decisiones	• Utiliza la técnica del conteo para determinar la ocurrencia de un evento ante situaciones especificas • Organiza datos obtenidos de situaciones específicas usando tablas de distribución de frecuencias • Elabora tablas con datos referidos a situaciones específicas	**21**
• Reconoce el trabajo individual y en equipo como fuente de avance personal y social	• Reconoce las potencialidades del trabajo individual y grupal • Manifiesta perseverancia, seguridad o creatividad en la búsqueda de soluciones a las diferentes situaciones planteadas • Se interesa por la precisión en la comunicación de sus ideas • Muestra interés por la obtención de los resultados • Reconoce sus potencialidades y la de sus compañeros al realizar trabajos en equipos • Reconoce la importancia de aceptar las diferentes normas de participación en diferentes actividades • Se interesa por descubrir las generalizaciones a las que conduce cada curiosidad • Muestra interés por tomar decisiones que conduzcan a la determinación de las razones que explican los resultados obtenidos en las curiosidades	**Todas**

Nota: Cuadro elaborado con información tomada del Ministerio de Educación (1997; 1998). Currículo Básico Nacional; Ministerio de Educación (1987). Programa de Estudio y Manual del Docente. Tercera Etapa. Educación Básica. Asignatura Matemática-Física y Ministerio de Educación y Deportes (2004). Liceo Bolivariano

Recomendaciones para el uso del libro

Es claro que una de las finalidades de la Matemágica es producir conocimientos y construir saberes mediante actividades que generen atención, interés y asombro en los estudiantes, creándoles un ambiente mágico. Esta manera de abordar la clase le corresponde a los docentes quienes son los encargados de organizar las experiencias de aprendizaje en el aula, buscando el máximo aprovechamiento de la actividad lúdica y desarrollando tanto capacidades y habilidades cognitivas o metacognitivas, como el afecto ligado al aprendizaje de determinados contenidos. Para lograr lo anterior, es necesario que se atiendan las siguientes recomendaciones:

1. Elaborar manuales, materiales o documentos que orienten la actividad de los participantes y de su organizador o director: el matemago.
2. Asumir el papel de matemago teniendo como meta el desarrollo y mantenimiento de las competencias deseadas y previstas en los programas oficiales. Para la ejecución satisfactoria de dicho rol, es necesario que se ponga en escena una capacidad histriónica que permita mantener el interés, el asombro y la motivación de los participantes. En caso de que el docente no posea estas características, puede ayudarse con algún participante o con cualquier otro miembro de la comunidad que esté entrenado para asumir el rol.
3. Estudiar los alcances, limitaciones, metas y reglas de la actividad antes de ser desarrollada.
4. Preparar el material y los recursos necesarios en función de aspectos tales como el ambiente a utilizar, el tipo de audiencia, el número de participantes y sus características, el tiempo, la organización y ubicación de los participantes.
5. Establecer y discutir las normas de comportamiento que regirán al grupo durante el desarrollo de la actividad.
6. Dar las instrucciones en forma clara y precisa antes de ejecutar la actividad. De ser posible, y necesario, escribirlas y entregarlas. En caso de requerirse, hacer prácticas preliminares.

7. Aclarar y dar nuevas explicaciones, si es necesario, antes, durante o después de la actividad. La explicación debe ser acerca de la dinámica referente a la particularidad de los resultados pero no sobre cómo encontrarlos, pues, se corre el riesgo de perder lo mágico de la situación. Como esta actividad tiene fines didácticos, las explicaciones matemáticas que se dieran a lugar se darán luego que los estudiantes hayan producido o construido lo deseado. Si se llegara a dar alguna, antes de vivir la experiencia, se pueden comprobar cambios como los siguientes: la expresión *¡Oh!, ¡increíble!, ...¿cómo lo logró* por un *¡Ah!... ¿eso era todo?.*
8. Afianzar y reforzar lo aprendido a través de actividades integrativas que pudieran obligar a que los estudiantes reflexionen sobre las experiencias y utilicen lo aprendido en cualquier contexto. De ser posible, se sugiere colocarlos en nuevas situaciones-problemas que trasciendan el uso de modelos y algoritmos que consoliden las capacidades obtenidas en dichas experiencias. El proceso de recontextualización, en este caso, es propicio para abrir nuevos espacios de acción, dada su utilidad en la evaluación de lo aprendido.
9. Considerar, observar y evaluar sentimientos, emociones, creencias y actitudes que hacia la Matemática, tienen los estudiantes cuando estudian y aprenden Matemática.

10. Transferir o considerar la experiencia y los resultados obtenidos a fin de orientar posibles adaptaciones, variaciones o reformulaciones que permitirían validar la técnica e inclusive, evaluar la creatividad tanto de los participantes como del diseñador de la adaptación o de la variación.
11. Mantener el control del grupo y saber elegir, con rapidez, la estrategia necesaria para sostener el interés, la emocionalidad y la motivación de cada miembro del grupo que atiende.
12. De ser posible, no repetir la misma actividad ante el mismo público, pues, de seguro se pierde su magia o parte de ella. En caso de repetirse, se debe hacer en función de variantes y no de réplicas en los cuales los estudiantes ya conozcan la rutina y sólo se dediquen a cazar el *truco*.

Matemágica con curiosidades

Las actividades que se presentan a continuación, están diseñadas en función de un conjunto de curiosidades matemáticas enmarcadas dentro de la numeromágica, la cartomágica y la dadomágica, en cuyo seno subyacen contenidos matemáticos que pueden producirse o construirse de manera lúdica y en un ambiente perteneciente al mundo de la Matemágica.

Para la organización de dichas actividades se utilizó un formato que permite informar sobre los contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales que se desarrollan en cada curiosidad. Ello se hizo en concordancia con algunos referentes curriculares tomados de los programas oficiales de Matemática (Ministerio de Educación, 1987; Ministerio de Educación, 1997; 1998; Ministerio de Educación y Deportes, 2004).

Para darle organicidad a las acciones a seguir por el matemago, es decir, por quien dirigirá la actividad, se diseñó una presentación didáctica que suele cerrar con una pregunta o idea que alumbra el resultado a obtener, luego de cumplirse los pasos señalados en cada caso. A fin de ilustrar las acciones propuestas, se presenta un ejemplo (referente aritmético) seguido de su correspondiente referente algebraico que permite explicar matemáticamente el porqué de cada resultado obtenido. En todos los casos, se señalan los contenidos conceptuales que desarrollan los estudiantes y el docente, al momento de hacer las verificaciones correspondientes o las demostraciones del caso. De igual manera, se abre un espacio tanto para la justificación que sigue el proceso, como para las posibles variaciones que puedan alumbrarse.

Curiosidad 1 Adivinando números[5]

Presentación didáctica:

Solicite a cada uno de sus estudiantes que:

1. Piense un número, cualquiera, de dos cifras y posteriormente lo escriba en un papel.
2. Duplique dicho número.
3. Le sume 5 al resultado de esta multiplicación.
4. Multiplique por 5 el resultado de esta suma.
5. Escoja otro número de un dígito.
6. Sume el número de un dígito al último producto obtenido.
7. Reste 25 a esa suma.

Pídale el resultado final a cada uno de los estudiantes.

Con este resultado, el matemago puede decir

cual fue el número pensado por cada estudiante

CONTENIDOS ABORDADOS		
Conceptuales	**Procedimentales**	**Actitudinales**
Números Naturales adición, sustracción y multiplicación de números Naturales (N)	➢ Identificación, lectura y escritura de un número Natural ➢ Realización de adiciones, sustracciones y multiplicaciones en N utilizando algoritmos o estrategias de cálculo mental ➢ Utilización adecuada del término “doble”	➢ Motivación por la búsqueda de soluciones a situaciones numéricas ➢ Valoración de la importancia del uso de las operaciones aritméticas y de los resultados obtenidos ➢ Disfrute del trabajo individual o grupal ➢ Curiosidad e interés ante las situaciones planteadas ➢ Aceptación de las normas de participación en actividades lúdicas ➢ Interés por elaborar estrategias para buscar explicaciones matemáticas

5 Adaptación realizada de curiosidad presentada en Escandón (1969)

Procedimiento para obtener la respuesta de la curiosidad:
Adivinando números

Referente aritmético (Ejemplo)	Referente algebraico	Contenidos adicionales utilizados en el referente algebraico
1. 40 2. 40. 2 = 80 3. 80+5 = 85 4. 85x5 = 425 5. 7: número del 0 al 9 6. 425 + 7 = 432 7. 432 – 25 = 407 8. El resultado es 407 407 Las dos primeras cifras es el número pensado y la última es el número añadido	**1.** Sea “ab”' el número de dos cifras (en el sistema de numeración decimal, ab= 10.a +b) **2.** 2. ab **3.** 2. ab + 5 **4.** (2.ab + 5).5 = 10.ab + 25 **5.** c: Nº del 0 al 9 **6.** 10. ab + 25 + c **7.** 10. ab + 25 + c – 25 **8.** 10. ab +c = abc Siendo ”ab” el número pensado y c el añadido	• Expresiones algebraicas y polinómicas de números naturales • Adición, sustracción y multiplicación de expresiones algebraicas • Propiedades de las operaciones en N • Valor posicional de un número Natural

Justificación:

- Al multiplicar por 5, y luego por 2, al número **ab**, de 2 cifras, dichas cifras se desplazan un lugar hacia la izquierda, configurando así un número de 3 cifras de la forma **ab0** ¿por qué? Para obtener, ahora, **abc** basta adicionar **c** (natural menor que 10) en el lugar de las unidades. Pero, la determinación de **abc** sólo es posible restándole 25 al resultado del paso 6 ¿por qué? Finalmente, las dos primeras cifras de la izquierda, se corresponden con el número pensado y la de la derecha viene a ser el añadido.

Variantes:

- La sustracción discriminada en el paso 7 dependerá de los números escogidos para la realización de la curiosidad. Si en el paso 3 se hubiese sumado 6, por ejemplo, al multiplicar por 5 (paso 4) el resultado será 30 y por lo tanto deberá restarse 30.
- De la misma manera, se puede multiplicar el número escogido por 5 (paso 2) y luego multiplicar por 2 (paso 4), con la finalidad de que el resultado de siempre 10 veces el número escogido y pueda obtenerse el número abc, con c=0.
- El número pensado puede ser mayor a 2 cifras y se determina siguiendo un procedimiento análogo.

¡Inténtelo de nuevo con las variantes sugeridas!.

Frases famosas...

***Hay 10 tipos de personas: las que saben contar en binario y las que no*[6]**

6 Frase tomada de http://nozintusei.blogspot.com/2007/12/hay-10-tipos-de-personas-las-que-saben.html. Imagen disponible en http://images.google.com

Curiosidad 2 El año de nacimiento[7]

Presentación didáctica:

Indique a cada estudiante que:

1. Escriba el año de su nacimiento.
2. Le sume el año de ocurrencia de algún acontecimiento importante de su vida.
3. Al resultado obtenido, le sume el número de años que tendrá para el año 2020.
4. A ese resultado, le sume el número de años que va a transcurrir desde que se produjo el acontecimiento importante de su vida hasta el 2020.

Sin importar el resultado obtenido, el matemago siempre puede indicar que es 4040, ¿Por qué?

CONTENIDOS ABORDADOS		
Conceptuales	**Procedimentales**	**Actitudinales**
Números Naturales Medidas de Tiempo Adición y Sustracción en N	➢ Lectura y escritura de un número Natural ➢ Selección de operaciones aritméticas para la obtención de resultados a partir de situaciones enunciadas en forma oral ➢ Realización de adiciones y sustracciones en N usando algoritmos o estrategias de cálculo mental ➢ Resolución de problemas de adición y sustracción referentes a situaciones temporales de ámbito familiar: uso de fechas de situaciones que acontecen en la vida cotidiana	➢ Reconocimiento de la importancia del cálculo para las solución de problemas de la vida cotidiana ➢ Motivación por la búsqueda de soluciones ➢ Interés por conocer la razón de los resultados ➢ Valoración del conocimiento matemático ➢ Interés por la elaboración de estrategias personales para resolver problemas, en las cuales se aplique el calendario. ➢ Confianza en las propias capacidades para la realización de operaciones de cálculo mental

7 Adaptación realizada de curiosidad presentada en Escandón (1969)

Procedimiento para obtener la respuesta de la curiosidad:
El año de nacimiento

Referente aritmético (Ejemplo)	Referente algebraico	Contenidos adicionales utilizados en el referente algebraico
1. Sea 1999 el año de nacimiento 2. Sea 2005 el año de ocurrencia de un acontecimiento: 1999+2005=4004 3. Edad que tendrá en el 2020: 2020-1999=21 y 4004+21=4025 4. Años de ocurrido el acontecimiento importante 2020-2005=15 y 4025+ 15= 4040	1. Sea "a" el año de nacimiento 2. Sea "b" el año de ocurrencia del acontecimiento y (a+b) la suma de ambos años 3. A esto se le suma la edad que tendrá en el 2020 la cual es: (2020 – a), quedando entonces: $(a+b) + (2020 - a) = b + 2020$ 4. De igual manera, los años que van a transcurrir desde el acontecimiento importante es: (2020 – b) que sumándolos al resultado anterior queda: $(b+2020)+(2020- b) = 4040$	• Expresiones algebraicas de números Naturales • Adición y sustracción de expresiones algebraicas • Propiedades de las operaciones en N

Justificación:

- Al efectuar las operaciones indicadas siempre se duplicará el año de referencia que, en este caso, es 2020 y se eliminará el año de nacimiento y los valores calculados con ellos.

Variantes:

- El resultado dependerá del año de referencia seleccionado. Por ejemplo, si selecciona 2030, el resultado final será 4060, es decir, el doble de 2030.
- Se puede implementar la curiosidad con tres, cuatro o más fechas de nacimiento o de sucesos importantes lo cual implicará, respectivamente, un resultado igual al triple, al cuádruple o más veces la fecha de referencia.
- De igual manera, se podría realizar con dos fechas de referencias distintas, siendo el resultado la suma de las dos fechas seleccionadas.

Frases **famosas...**

Las Matemáticas no mienten, lo que hay son muchos matemáticos mentirosos (Henry David Thoreau; 1817-1862; Escritor, poeta y pensador)[8]

8 Frase disponible en Proverbia,net (s.f.). Imagen disponible en http://es.wikipedia.org/wiki/ Henry_David_Thoreau

Curiosidad 3 Un truco aritmético[9]

Presentación didáctica:

Solicite que:

1. Un primer participante escriba un número de 3 cifras.
2. Este participante repita el número y lo agregue a la derecha del anterior, formando así un número de 6 cifras.
3. Este participante lo pase a un segundo participante para que lo divida entre 7 (verifique que siempre dará resto 0).
4. Este segundo participante pase el resultado obtenido a un tercero, indicándole que lo divida entre 11 (verifique que siempre dará resto 0).
5. A su vez, lo pase a un cuarto participante para que lo divida entre 13 (verifique que siempre dará resto 0). A este último resultado le sume 100 y, posteriormente, lo escriba en un papel y lo entregue al director del juego o matemago.

Tome el papel y, con esta información:

indíquele al primer participante el número de 3 cifras que escribió al inicio

CONTENIDOS ABORDADOS		
Conceptuales	**Procedimentales**	**Actitudinales**
Números Naturales Adición y División en N	➢ Escritura de números Naturales ➢ Construcción de números usando patrones específicos ➢ Realización de divisiones en las que el dividendo y el divisor son números Naturales y el resto es cero: divisiones exactas. ➢ Realización de adiciones en N	➢ Aceptación de las normas de participación en el Juego ➢ Curiosidad por conocer el porqué del resultado ➢ Valoración del uso de la adición y de la división como herramientas para la resolución de problemas ➢ Aceptación de los nuevos conocimientos como elementos de disfrute personal

9 Adaptación realizada de curiosidad presentada en Perelman (1968).

Procedimiento para obtener la respuesta de la curiosidad:
Un truco aritmético

Referente aritmético (Ejemplo)	Referente algebraico	Contenidos adicionales utilizados en el referente algebraico
1. Sea 346 el número 2. 346346 el número de seis cifras 3. 346346 :7= 49478 49478 : 11 = 4498 4498: 13 = 346 346 + 100 = 446 346 es el número escrito	1. Sea "abc" el número de tres cifras 2. Sea "abcabc" el número formado de seis cifras, abcabc = abc.1000+abc = abc.(1000+1) Pero 13.11.7 = 1001, luego abc. (1001) = abc. (13.11.7) 3. Al dividir por 13, 11 y 7 los resultados indicados, las divisiones serán exactas y al final dará, siempre, el número inicial: abc	• Expresiones algebraicas de números Naturales • Adición de expresiones algebraicas • Multiplicación de expresiones algebraicas por factores numéricos • Determinación de la forma del producto de un número de tres cifras por 1001 • Cálculo mental de sustracciones • Propiedades de las operaciones en N • Descomposición factorial de un número Natural

Justificación:

- Al escribir el número en la forma indicada y luego dividirlo por 7, 11 y 13, según las indicaciones dadas, se está multiplicando y dividiendo por la misma cantidad. Por lo tanto, no se altera el número inicial. En este caso, 100 es un distractor que debe restarse al resultado final.

Variantes:

- Se puede variar empleando, cada vez, nuevos divisores obtenidos con los factores en referencia. Al combinar, por ejemplo, 13,11 y 7 pueden utilizar 13 y 77.
- Es posible introducir cualquier distractor en el resultado final añadiendo, restando, multiplicando o dividiendo el número abc, cuidando que el resultado sea un número Natural.
- También se puede realizar con números de dos cifras. Así siempre dará un número de la forma ab0ab, por lo que se habrá de pedir que se escriba a la derecha del número la expresión 0ab.

Personajes famosos...

Yakov Isidorovich Perelman
(1882-1942)

Escritor ruso de cientos de libros y artículos sobre las ciencias tales como la Física, la Matemática y la Astronomía. Su fin es el de popularizarlas usando una metodología que da a los usuarios no sólo conocimientos de la ciencia sino un nuevo tipo de materiales didácticos y recreativos que son accesibles a gran cantidad de personas. Entre los documentos escritos son muy populares: Física Recreativa, Aritmética Recreativa, Álgebra Recreativa, Astronomía Recreativa y Mecánica Recreativa. Todos estos libros son de lectura placentera, de fácil comprensión y llenos de curiosidades que sin duda, siguen incentivando a los lectores para que se interioricen en el maravilloso mundo de la Naturaleza y de las leyes que la rigen (Barros y Bravo, 2000).

Curiosidad 4 Adivinando la suma[10]

Presentación didáctica:

1. Pida a un participante que escriba un número de 4 cifras e indique cuál es. A este número, el matemago debe restarle 2 y colocarle 2, al principio. Este número debe escribirlo en un papel que debe entregar a un segundo participante para que lo guarde, sin que nadie más vea el resultado escrito.
2. Luego, solicite a un tercer participante que escriba un nuevo número de 4 cifras y lo coloque debajo del escrito, anteriormente, por su compañero. Seguidamente, el matemago escribirá debajo de éste otro número haciendo que la suma con el anterior sea igual a 9999 (completando a nueves).
3. Posteriormente, indíquele a un cuarto participante que coloque un nuevo número de cuatro cifras, debajo de los escritos, anteriormente. Nuevamente el matemago vuelve a escribir otro número haciendo que la suma con el anterior sea igual a 9999.
4. Solicite que sumen todos esos números, es decir, los 5 números escritos.

Finalmente, la audiencia podrá verificar que:

el resultado es el número escrito en el papel por el matemago

CONTENIDOS ABORDADOS		
Conceptuales	**Procedimentales**	**Actitudinales**
Números Naturales Adición de números Naturales	➢ Escritura de números Naturales ➢ Organización de sumandos en forma de columna ➢ Obtención de sumas de números de 4 cifras	➢ Reconocimiento de la utilidad de la adición para la resolución de situaciones planteadas ➢ Valoración del trabajo cooperativo para entender el porqué de las situaciones ➢ Aceptación de nuevos conocimientos

10 Adaptación realizada de curiosidad presentada en Nuñez (1998).

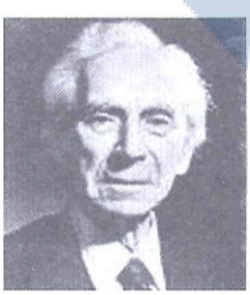
Procedimiento para obtener la respuesta de la curiosidad: **Adivinando la suma**		
Referente aritmético (Ejemplo)	Referente algebraico	Contenidos adicionales utilizados en el referente algebraico
1. Número de 4 cifras: 3451 (estudiante 1) 3451-2= 3449 23449 (el matemago) 2. 3451 (estudiante 1) 2356 (estudiante 3) 7643 (docente) 3. 3451 (estudiante 1) 2356 (estudiante 3) 7643 (matemago) 1478 (estudiante 4) <u>8521</u> (matemago) 23449 4. 23449 se corresponde con el número guardado secretamente.	1. Sea "abcd" el número de 4 cifras 2. Se resta 2 al número anterior y a ese resultado se le coloca un 2 al inicio: 2(abcd-2) 3. Al hacer las completaciones correspondientes se obtiene el número 9999 4. Al hacer las segundas completaciones correspondientes se obtiene, nuevamente, el número 9999 5. Al hacer la suma sugerida, se está sumando 9999 dos veces, es decir: 9999+9999 = 19998 = 20000– 2. Luego, el resultado es : 20000-2+abcd = 20000+abcd–2 =2abcd -2 (el número escrito)	• Expresiones algebraicas de números Naturales • Propiedades de las operaciones en N • Adición y sustracción de expresiones aritméticas y algebraicas • Cálculo mental de sustracciones

Justificación:

- Al sumar de esta manera, donde las cifras de los sumandos escogidos sea la completación a nueves, se está sumando 19998, que es lo mismo que 20000-2, de ahí que el resultado de igual al número inicial pensado más 20000 y restándole 2.

Variantes:

- Se puede realizar con otras cifras, por ejemplo tres, en la cual sumará 2000 y le restará 2
- Se puede ejecutar con números de diferentes cifras, pero siempre con números de menor o igual cifras al número menor al pensado inicialmente (las cifras faltantes se completan con ceros) realizando el mismo procedimiento.



Frases famosas...

La Matemática posee no sólo la verdad, sino cierta belleza suprema. Una belleza fría y austera, como la de una escultura (Bertrand Russell; 1872-1970; Filósofo, matemático y escritor inglés)[11].

11 Tomado de Proverbia.net (s.f.). Imagen disponible en http://images.google.com/

Curiosidad 5 La cifra tachada[12]

Presentación didáctica:

Los estudiantes deben:

1. Escribir un número de 3 cifras (sin mostrarlo).
2. Hallar la suma de los valores absolutos de las cifras del número.
3. Restarle esta suma al número escrito.
4. Tachar una cifra cualquiera del resultado obtenido y decir, sólo, las restantes.

Con esta información, el matemago podrá indicar

cual fue la cifra tachada

CONTENIDOS ABORDADOS		
Conceptuales	**Procedimentales**	**Actitudinales**
Números naturales Adición y sustracción en N	➢ Escritura de números naturales ➢ Reconocimiento del valor absoluto de las cifras de un número ➢ Realización de adiciones y sustracciones en N, usando algoritmos	➢ Interés por reconocer los valores de los números ➢ Valoración del dominio de las operaciones en la resolución de problemas ➢ Valoración del trabajo cooperativo ➢ Motivación por la búsqueda de soluciones a problemas ➢ Disfrute por la libertad de explorar, conjeturar, validar y convencer mostrando una actitud tolerante

12 Adaptación realizada de curiosidad presentada por Perelman (1968).

Procedimiento para obtener la respuesta de la curiosidad: La cifra tachada

Referente aritmético (Ejemplo)	Referente algebraico	Contenidos adicionales utilizados en el referente algebraico
1. Sea 654 el número de tres cifras 2. 6 + 5 + 4 = 15 3. 654 – 15 = 639 4. Tachando 3, informaría que le quedan el 6 y 9 que sumados es 15. Basta resolver la ecuación 15+x=18 para determinar la cifra tachada	1. Sea abc el número de tres cifras 2. (a + b + c) la suma de los valores absolutos de sus cifras 3. (100a + 10b +c) el número escrito en su forma de referentes de posición, luego la resta es: (100.a + 10.b +c) – (a + b + c) = 99.a + 9.b = 9.(11.a+b) el cual es múltiplo de 9.	• Expresiones algebraicas y polinómica de números Naturales • Adición de expresiones algebraicas • Propiedades de las operaciones en N • Descomposición factorial de expresiones algebraicas • Múltiplos de 9 • Divisibilidad por 9 • Resolución de problemas mediante ecuaciones en N, utilizando cálculo mental

Justificación:

- Cada vez que se efectúan operaciones como las sugeridas, el resultado es siempre un múltiplo de 9. Al tacharle cualquier cifra al número y sumar las otras dos se podrá saber cuál fue la cifra que se tachó, completando al múltiplo de 9 inmediato superior.

Variantes:

- Si después de haber tachado una cifra, la suma de las cifras resultase un múltiplo de 9, entonces la cifra tachada fue un nueve o un cero.
- De igual forma se cumple esta curiosidad para números mayores a 3 cifras.

¡Inténtelo para 4 y 5 cifras!

Aprendiendo más...

La utilización de la divisibilidad por 9 en la Matemática ofrece una gran posibilidad para la creación o variación de curiosidades. Por ejemplo, al multiplicar por 9 un número "a", con a ∈ ℕ; a>1 y de una cifra da como resultado un número de dos cifras de la forma: (a-1)b, donde (a-1) ocupa el lugar de las decenas, b las unidades y siempre se cumple que la suma de esas cifras es 9; es decir, (a-1) + b = 9. Si el número es de dos cifras, de la forma "ab", y se multiplica por 99, da como resultado un número de la forma: (ab-1)cd, donde (ab-1) ocupa las centenas, c la decenas y d las unidades. Al sumar el número representado por las dos primeras cifras con el formado con las dos últimas, siempre da 99. En forma análoga, la propiedad se cumple para otras cifras mayores.

Curiosidad 6 El curioso treinta y tres[13]

el resultado es siempre 33

CONTENIDOS ABORDADOS		
	➢ ➢ ➢ ➢	➢ ➢ ➢ ➢ ➢ ➢

Procedimiento para obtener la respuesta de la curiosidad: El curioso treinta y tres

(I)

(II)

(I) (II)

El número Capicúa

Aprendiendo más...

http://www.geocities.com

Curiosidad 7 Descubriendo las edades[15]

Presentación didáctica:

Indique a cada estudiante que:

1. De manera secreta, escriba su edad en años cumplidos.
2. Luego, duplique esa edad.
3. Sume 5 al resultado obtenido.
4. A esa suma la multiplique por 50.
5. Al producto obtenido, le sume la edad de un ser querido.
6. Al resultado obtenido, le reste el número de días de un año (365).
7. A la resta obtenida, le sume 115.

Con el resultado final obtenido por cada estudiante

El matemago podrá indicar cuáles son las dos edades, en cada caso

CONTENIDOS ABORDADOS		
Conceptuales	**Procedimentales**	**Actitudinales**
Números Naturales Adición, Sustracción y Multiplicación en N Medidas de Tiempo	➢ Identificación, lectura y escritura de un número Natural ➢ Realización de adiciones, sustracciones y multiplicaciones en N utilizando algoritmos o estrategias de cálculo mental ➢ Resolución de problemas de adición, sustracción y multiplicación en N ➢ Utilización adecuada del término "doble" ➢ Resolución de operaciones utilizando referentes temporales	➢ Motivación por la búsqueda de soluciones a situaciones numéricas planteadas ➢ Valoración de la importancia de las operaciones numéricas y de las medidas de tiempo ➢ Disfrute del trabajo individual o grupal ➢ Curiosidad ante la situación planteada ➢ Valoración de las operaciones matemáticas para el entretenimiento y disfrute en situaciones de interrelación social

15 Adaptación realizada de curiosidad presentada en Escandón (1969)

Procedimiento para obtener la respuesta de la curiosidad: Descubriendo las edades		
Referente aritmético (Ejemplo)	Referente algebraico	Contenidos adicionales utilizados en el referente algebraico
1. Edad : 12 2. 12x2 = 24 3. 24 + 5 =29 4. 29. 50 = 1450 5. Edad de un ser querido: 30 1450 + 30 =1480 6. 1480 – 365 = 1115 7. 1115 + 115 =1230 Obteniéndose ambas edades	1. Sea "a" la edad 2. Se duplica "a": 2.a 3. Se suma 5: (2.a + 5) 4. Se multiplica por 50: (2.a + 5). 50 = 100.a+250 5. La edad "b" se le suma al resultado anterior: (100.a + 250) + b 6. Se resta 365: (100.a + 250) + b - 365 = 100.a + b – 115 7. Se suma 115 100.a + b - 115 +115 = 100.a+b Y desde esta expresión se pueden determinar las dos edades	• Expresiones algebraicas • Valor posicional de un número Natural • Propiedades de las operaciones en N • Lenguaje algebraico y lenguaje natural de expresiones numéricas

Justificación:

- La suma de 115 (en el paso 7) se hace para anular el -115 que resulta de haberle sumado, previamente, 250 al número y luego restado 365. Al seguir los pasos, la edad final que multiplicada por 100 más la edad del ser querido.

Variantes:

- Al igual que en la curiosidad 1, dependerá de los números escogidos por el ejecutor de la curiosidad
- Puede sumarse (en el paso 5) cualquier número de 2 cifras, por ejemplo número de calzado, últimas 2 cifras de la cédula, etc.

¡Inténtelo planteando nuevas situaciones!

Aprendiendo más...

¡Hablando de edades...!

Diofanto, gran amante de los números en la Antigüedad, dejo el siguiente epitafio al morir: *Dios le concedió ser niño la sexta parte de su vida, una duodécima parte de ella más tarde cubrió de vello sus mejillas; encendió en él la antorcha del matrimonio tras una séptima parte, y cinco años después le concedió un hijo. Un hijo de nacimiento tardío, que el destino se llevó cuando alcanzó la edad de la mitad de la vida de su padre. Éste consoló su aflicción con la ciencia de los números durante los cuatro años siguientes, tras los cuales su vida se extinguió.* ¿Cuántos años vivió este ilustre matemático?[16]

16 Frase disponible en http://matelatex.blogcindario.com/2005/08/00211-epitafio-de-diofanto-enunciado.html. Imagen disponible en http://centros5.pntic.mec.es/sierrami/dematesna/demates78/opciones/sabias/Diofanto/Diofantus%201.jpg

Curiosidad 8 Potencia de cinco[17]

cual fue el número escogido por cada estudiante

CONTENIDOS ABORDADOS		
	➢	➢
	➢	
	➢	➢
		➢
		➢

Procedimiento para obtener la respuesta de la curiosidad: Potencia de cinco

45

100[a(a+1)] son las centenas

a.(a+1)25

a(a+1),25.

Aprendiendo más...

La conjetura de Fermatt

Matemágica
Gustavo A. Cespedes Dominguez - Oswaldo J. Martinez Padrón

Curiosidad 9 Adivinando el cociente[19]

Presentación didáctica:

Diga a cada estudiante que:

1. Piense un número de dos cifras, no nulas, y luego lo escriba.
2. Lo repita dos veces y lo agregue a la derecha del número anterior formando un número de 6 cifras.
3. Lo pase a otro estudiante para que lo divida entre el número previamente pensado.
4. Divida entre 3 al cociente obtenido.

Conocido el resultado, el matemago puede indicar que

es 3367

CONTENIDOS ABORDADOS		
Conceptuales	**Procedimentales**	**Actitudinales**
Números Naturales División de números Naturales	➢ Escritura de números Naturales de dos y seis cifras ➢ Construcción de números usando patrones específicos ➢ Realización de divisiones exactas entre números Naturales ➢ Identificación de divisiones exactas	➢ Aceptación de las normas de participación ➢ Curiosidad por conocer el porqué de los resultados ➢ Valoración del uso de la multiplicación y de la división como herramientas necesarias para entender situaciones- problemas de ámbito matemático ➢ Valoración de las posibilidades que brinda el uso de patrones y lenguaje matemático para interpretar, representar, conocer mejor y comunicar situaciones reales

19 Adaptación realizada de curiosidad presentada en Aritmética recreativa. Galería de maravillas Numéricas el número10101. Disponible: www.geocities.com/aritmética recreativa/ index.html

Procedimiento para obtener la respuesta de la curiosidad: Adivinando el cociente		
Referente aritmético (Ejemplo)	Referente algebraico	Contenidos adicionales utilizados en el referente algebraico
1. Sea 89 el número de dos cifras 2. 898989 el número de seis cifras 3. 898989 : 89 =10101 4. 10101 : 3 = 3367 Indica el resultado: 3367	1. Sea ab el número de dos cifras, con a y b no nulos 2. Luego se forma el número **ababab**, de 6 cifras. Como ababab = ab.(10^4+10^2+1) = ab0000+ab00+ab = ab0000+ab00+ab= ababab 3. Al dividir ababab: ab es siempre 10101 que es divisible entre 3 4. Al dividir 10101 entre 3 da siempre 3367	• Expresiones algebraicas de números Naturales • Valor de posición • Valor absoluto y relativo de una cifra • Propiedades de las operaciones en N • Adición y multiplicación de expresiones algebraicas. • División exacta de números Naturales • Algoritmo de la división • Divisibilidad entre 3 • Producto de un número por la unidad seguida de ceros.

Justificación:

- El número de seis cifras de la forma **ababab**, es el producto del número de dos cifras ab por 10101. De igual manera, al dividir **ababab** entre **ab** se obtiene 10101, el cual es divisible entre 3 y su cociente es siempre 3367.

Variantes:

- Si se resta 1 al resultado (3367) y se divide entre 9, siempre dará 374.
- También se podrá dividir el número de seis cifras por el triple del número escrito y siempre dará 3367.
- En fin, se podrá hacer combinaciones con los divisores de 10101: 3, 7, 13 y 37.

¡¡¡ Inténtelo!!!... Transforme esta curiosidad cada vez que quiera

Aprendiendo más...

10101
Un número de galería

El número 10101 tiene la propiedad de que cuando se multiplica por números de dos cifras, el producto a obtener siempre da como resultado el propio número pero escrito tres veces. Tal propiedad hace que siempre esté presente en situaciones de trucos matemáticos (Barros y Bravo, 2002).

Por ejemplo: 25 x 10101 = 252525. Una explicación matemática es la siguiente: 25 x (10101) = 25 (10000 + 100 + 1) = 250000 + 2500 + 25 = 252525

Esta propiedad del número 10101 abre muchas posibilidades para hacer trucos de adivinación no habituales que suelen plantearse ante el hecho de que es el producto de los primos: 3, 7, 13 y 37 y, sobre la base de esta información o con combinaciones de ellas, se organizan procesos que permiten hacer adivinaciones. Otro número de galería es el 1001, el cual fue usado en la Curiosidad Nº 3.

Curiosidad 10 El número mágico[20]

Presentación didáctica:

Indique a cada estudiante que:

1. Escoja un número de dos cifras.
2. Lo multiplique por 20.
3. Al producto anterior, súmele el número escogido.
4. Multiplique ese resultado por 481.
5. Sume 120 al anterior.

Con ese resultado, el matemago podrá decir

cual fue el número escogido

CONTENIDOS ABORDADOS		
Conceptuales	**Procedimentales**	**Actitudinales**
Números naturales Adición y multiplicación N	➢ Escritura de un número Natural discriminando el número de cifras ➢ Realización de adiciones y multiplicaciones de números Naturales	➢ Motivación por la búsqueda de soluciones a situaciones numéricas planteadas ➢ Valoración de la importancia de las operaciones numéricas ➢ Reconocimiento de la utilidad de la matemática en la vida cotidiana, aplicando los conocimientos adquiridos en situaciones concretas. ➢ Satisfacción por el trabajo y el deber cumplido. ➢ Manifestación de curiosidad ante las situaciones planteadas ➢ Valoración de las operaciones matemáticas para el entretenimiento y disfrute en situaciones de interrelación social

20 Modelo tomado y adaptado de Problemas sobre números

Procedimiento para obtener la respuesta de la curiosidad: El número mágico		
Referente aritmético (Ejemplo)	Referente algebraico	Contenidos adicionales utilizados en el referente algebraico
1. Sea 65 el número de dos cifras 2. 65.20 = 1300 3. 65 + 1300= 1365 4. 1365. 481 = 656565	1. Sea "ab" el número de dos cifras 2. ab.20= 20.ab 3. ab + (20.ab) = 21.ab 4. 21.ab. 481 = 10101.ab, pero: 10101.ab = 10101.(10.a + b) así se tiene: 10101.(10.a + b)= ($10^4 + 10^2$+ 1).(10.a + b) cuya expresión es de la forma ababab	• Expresiones algebraicas de un número Natural • Multiplicación y adición de expresiones algebraicas. • Forma polinomial de un número • Propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la adición
5. 656565+120 =656685 El matemago indicará que el número pensado es 65	5. Al sumar 120, se obtiene la expresión: 10^5.a + 10^4.b + 10^3.a+ 10^2.(b+1)+ 10.(a+2)+ b y el número pensado es ab (las dos primeras cifras, de izquierda a derecha)	• Valor de posición de un número Natural

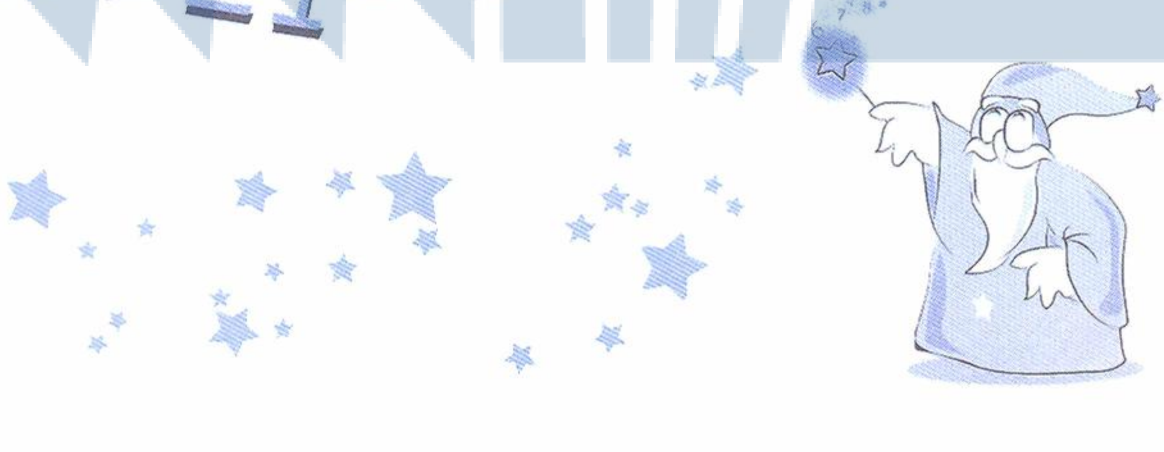
Justificación:

- Al multiplicar el número por 20 y sumarlo con el mismo se obtiene un número múltiplo de 21 y si luego lo multiplicamos por 481, se está multiplicando al número escogido por 10101 ya que 21x481=10101 y todo número de dos cifras multiplicado por esta cantidad es de la forma ababab. Nótese que sumar 120 es un distractor ya que se pudo haber usado cualquier otro que no altera las dos primeras cifras de la izquierda.

Variantes:

- Se puede pedir que se multiplique el número por cualquier descomposición de 20 (por ejemplo: primero por 4 y el resultado por 5) y el resultado sumarlo con el número escogido, pues su suma será 21 veces ese número. Finalmente multiplicamos por 481, arrojando el mismo resultado.

481 x 21=10101



Curiosidad 11 Los puntos de tres dados[21]

Presentación didáctica:

Pida a un estudiante que:

1. Lance, simultáneamente, 3 dados (de diferentes colores o tamaños).
2. Duplique el número de pintas que marca el primer dado, en su cara superior.
3. Sume 2 al resultado anterior.
4. Multiplique esta suma por 5.
5. A este resultado, añada el número de puntos que aparece en la cara superior del segundo dado.
6. Multiplique por 10 a la suma anterior.
7. Al producto obtenido, sume el número de puntos que marca la cara superior del tercer dado.

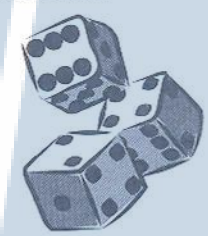
Solicite el resultado de las operaciones y réstele 100, mentalmente.

Ud. podrá decir el número de pintas que apareció en la cara superior de cada dado lanzado

CONTENIDOS ABORDADOS		
Conceptuales	**Procedimentales**	**Actitudinales**
Números naturales adición, sustracción y multiplicación en N	- Escritura de números naturales - Identificación, lectura y escritura de un número natural usando valor de posición - Realización de adiciones, sustracciones y multiplicaciones en N - Presentación escrita de los resultados obtenidos	- Interés por conocer el referente matemático que se encierra en la curiosidad - Aceptación de las indicaciones y normas de participación - Valoración de la curiosidad en situaciones de interrelación social - Valoración de las operaciones matemáticas para la comprensión de la curiosidad - Reconocimiento de la importancia del trabajo individual o en grupo en busca de la solución

21 Adaptación realizada de curiosidad presentada en Juegos con números (s.f.)

Procedimiento para obtener la respuesta de la curiosidad: Los puntos de tres dados

Referente aritmético (Ejemplo)	Referente algebraico	Contenidos adicionales utilizados en el referente algebraico
1. Sean 1, 6 y 3 el número de pintas obtenidas de cada dado 2. Doble del número obtenido en el primer dado: 2.1 =2 3. 2 + 2 = 4 4. 4 . 5 = 20 5. 20 + 6 = 26 (añadiendo los puntos del dado 2) 6. 26 . 10 = 260 7. 260 + 3 = 263 (añadiendo los puntos del dado 3) 8. 263 – 100 =163 Obteniéndose las pintas del primer, segundo y tercer dado	1. Sea "a" el número del primer dado 2. 2.a (su doble) 3. Se suma 2: (2.a + 2) 4. (2.a + 2) . 5= 10.a + 10 5. Suma "b" la pinta del segundo dado: (10.a+10)+ b 6. Se multiplica por 10: P =[(10.a + 10) + b] . 10 = 100.a +100 +10 b 7. Suma "c" la pinta del tercer dado: [100.a +100 +10.b] +c 8. Resta de 100: [100.a +100 +10.b] +c -100 Quedando: 100.a + 10.b +c = abc, siendo a, b y c el número de pintas de cada cara superior de los dados	▪ Expresiones algebraicas de un número Natural ▪ Multiplicación, adición y sustracción de expresiones algebraicas. ▪ Cálculo mental de sustracciones ▪ Valor de posición de un número Natural ▪ Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición 

Justificación:

- Según esos procedimientos debe restarse 100, que es el resultado de 10x10, para que las pintas del tercer dado queden en la posoción de las unidades, las del segundo en las decenas y las del primero en las centenas.

Variantes:

- Se podría trabajar con dos dados (omitiéndose el paso 7) y dará como resultado ab0, que son las pintas del primero y segundo dado, sin tomar en cuenta el 0.

la matemágica va a la escuela

Frases famosas...

Dios no sólo juega a los dados; a veces los tira donde no se pueden ver (Stephen William Hawking (1942), Físico inglés)[22]

22 Frase disponible en http://www.geocities.com/Athens/Oracle/4121/frases.html. Imagen disponible en http://www1.eafit.edu.co/ astrocol/circulares/circulares/circular419/imagen03.png

Curiosidad 12 Adivinando la suma de 2 productos[23]

Presentación didáctica:

Solicite a cada estudiante que:

1. Escriba un número de 3 cifras y muéstrelo al matemago (este último comunicará al participante un resultado en función del número dado).
2. Multiplíquelo por cualquier otro número de 3 cifras.
3. Multiplique el número escrito inicialmente por otro dado por el matemago (será igual a la diferencia entre 999 y el segundo escrito por el participante).
4. Sume esos dos productos (de manera oculta).
   De inmediato, el matemago

podrá indicar que el resultado de la suma de los dos productos coincide con el comunicado por el participante

y pedirá a los estudiantes que lo verifiquen

CONTENIDOS ABORDADOS

Conceptuales	Procedimentales	Actitudinales
Números naturales adición, sustracción y multiplicación en N	Identificación, lectura y escritura de números naturales en situaciones comunicativas funcionales Realización de multiplicaciones y de adiciones en N Identificación de las características del producto que resulta de multiplicar por 9 Determinación del valor de posición de un número Resolución de problemas en las cuales se combinen operaciones aritméticas	Reconocimiento de la utilidad de la multiplicación para la resolución de la situación planteada. Valoración por el trabajo cooperativo en busca de entender el porqué de la situación Valoración de sus potencialidades y la de sus compañeros Reconocimiento de la curiosidad como herramienta sociabilizadora Valoración de los referentes unitarios de un número para comprender la solución

23 Adaptación realizada de curiosidad presentada en Problemas matemáticos. Curiosidades numéricas. Disponible: http://us.geocities. com/inunc/ Logica/ Logica02.htm

Procedimiento para obtener la respuesta de la curiosidad: Adivinando la suma de 2 productos		
Referente aritmético (Ejemplo)	Referente algebraico	Contenidos adicionales utilizados en el referente algebraico
1. Número de 3 cifras: 245 2. 245.654= 160230 3. 245.345= 84525 160230+85425 = 244755	1. Sea **abc** el número de tres cifras 2. Sea **cde**, el número de 3 cifras que multiplica al dado anteriormente 3. Sea **fgh**, el factor dado por usted, de tal forma que: cde + fgh = 999 4. P =(abc).(cde)+(abc).(fgh) P=(abc).[(cde) + (fgh)] P= (abc).(999) P =abc.(1000 – 1)= abc000 – abc P = ab.10^4+(c-1).10^3+10^3-abc P = ab0.10^3+(c-1).10^3+10^3-abc Aplicando factor común, se tiene que: P= (abc-1).10^3+(1000-abc)	• Expresiones algebraicas de números Naturales • Adición y sustracción de expresiones algebraicas • Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición • Valor de posición • Factor común • Cálculo mental de sustracciones en situaciones específicas

Justificación:

- En este caso, las primeras 3 cifras del producto serán una unidad menor al número dado y las 3 cifras restantes es lo que le falta al factor dado para ser igual a 1000. Se invita al lector a revisar la belleza del 9 que aparece en la sección aprendiendo más (Pág. 49)

Variantes:

- Se puede intentar con cualquier cantidad de cifras (2, 3, 4,...,n) y el factor escogido por el matemago debe ser tal que, al sumarlo con el segundo el segundo dado por el estudiante resulte otro con tantos nueves como cifras tenga el número seleccionado . Esto es: Si es de 2 cifras la completación es a 99, si es de 4 cifras la completación es a 9999 y así sucesivamente.

Aprendiendo más...

¿Qué tienen de curiosas estas sumas?

1 + 2 = 3

4 + 5 + 6 = 7 + 8

9 + 10 + 11 + 12 = 13 + 14 + 15

16 + 17 + 18 + 19 + 20 = 21 + 22 + 23 + 24

25 + 26 + 27 + 28 + 29 + 30 = 31 + 32 + 33 + 34 + 35

- Todos los sumandos y sus sumas están en progresión aritmética, cuya razón es 1
- Cada uno de los valores que están en el extremo izquierdo de cada línea es siempre de la forma: n^2, siendo n = 1, 2, 3,...
- Cada uno de los valores que están en el extremo derecho de cada línea es siempre de la forma: $(n + 1)^2 - 1$, con n = 1, 2, 3,...

Observa que puedes seguir ubicando valores, según el patrón, y se mantiene lo característico de la curiosidad, ¿será posible encontrar otras curiosidades en esta organización de números?

Curiosidad 13 La palabra **mágica**[24]

Presentación didáctica:

Indique a los estudiantes que:

1. Tomen un libro y lo abran en una página al azar. Luego, seleccionen una palabra cualquiera de las primeras nueve líneas del texto escrito, pero que no se pase de la novena palabra de cada línea.
2. Multipliquen el número de la página donde seleccionó la palabra por 10.
3. Al resultado le añadan 20.
4. A lo obtenido le sumen el número de la línea.
5. A la suma encontrada la multipliquen por 10.
6. A este resultado le agreguen el número que indica la posición en el cual está la palabra.
7. Entreguen, al matemago, el resultado obtenido.

Réstele 200 al resultado y con este nuevo valor, el matemago podrá decir:

la página, línea y lugar donde está la palabra seleccionada

CONTENIDOS ABORDADOS		
Conceptuales	**Procedimentales**	**Actitudinales**
Números naturales adición, sustracción y multiplicación, de números naturales	- Identificación, lectura y escritura de un número natural - Realización de adiciones, sustracciones y multiplicaciones en N - Expresión escrita de los resultados obtenidos - Utilización de los referentes unitarios de un número en situaciones cotidianas	- Valoración de la importancia de las operaciones numéricas - Disfrute del trabajo cooperativo - Curiosidad ante la situación planteada - Valoración de las operaciones matemáticas para el entretenimiento y disfrute en situaciones de interrelación social - Reconocimiento de la utilidad de las operaciones matemáticas para la solución

24 Adaptación realizada de curiosidad presentada por Escandón, R. (1969). Curiosidades Matemáticas

Procedimiento para obtener la respuesta de la curiosidad: La palabra mágica

Referente aritmético (Ejemplo)	Referente algebraico	Contenidos adicionales utilizados en el referente algebraico
1. Datos sobre la palabra escogida en el libro que se abre: 2ª palabra de la 8ª línea; página 23 2. 23.10 =230 3. 230 + 20 = 250 4. Se añade el número de línea: 8 250 + 8 = 258 5. 258.10 = 2580 6. 2580+ 2 = 2582 7. El resultado es: 2582 8. 2582 – 200 = 2382 (página, línea y palabra)	1. Sea "a" el número de la palabra escogida, "b" la línea y "c" la página 2. 10.c 3. Le suma 20: (10.c)+ 20 4. Se añade el número de la línea (b): (10.c + 20) +b 10.c 5. Se multiplica por 10: [(10.c + 20) + b] x10 6. Se suma el número que indica la ubicación de la palabra (a) (100.c + 200 + 10.b) + a 7. El resultado es: (100.c + 200 + 10.b) + a 8. Se resta 200: (100.c+200+10.b)+a-200=100.c+10.b+a = cba	• Expresiones algebraicas de números Naturales • Valor de posición • Forma polinomial de un número. • Adición, sustracción y multiplicación de expresiones algebraicas • Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición • Cálculo mental de sustracciones en situaciones específicas.

Justificación:

- La misma dada en la curiosidad número 1 (dependerá de lo añadido en el paso 3 para restar al final).

Variantes:

- La especificidad de la curiosidad, parece no sugerir variante alguna, salvo variar en el paso 3 el número a sumar, para restarlo al final multiplicado por 10.

Curiosidad 14 Potencia mágica[25]

Presentación didáctica:

Requiera al estudiante que:

1. De manera secreta escoja un número de 3 cifras que termine en 05
2. Lo eleve al cuadrado
3. Indique el resultado obtenido

Usted dirá cual fue el número escogido

CONTENIDOS ABORDADOS		
Conceptuales	**Procedimentales**	**Actitudinales**
Números naturales potenciación en N	➢ Cálculo de potencias de números Naturales ➢ Resolución de multiplicaciones en N ➢ Identificación de referentes unitarios (posición de las unidades, decenas y centenas) ➢ Utilización de la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la adición ➢ Escritura de un número en forma polinomial ➢ Escritura de números Naturales con condiciones iniciales ➢ Generalización de situaciones matemáticas con características propias	➢ Valoración de las curiosidades como método para elevar números naturales terminados en 05 de una manera más rápida ➢ Interés por conocer otras formas de presentar un número ➢ Manifestación de actitudes de perseverancia en la búsqueda del porqué de soluciones ➢ Valoración por el uso de la propiedad distributiva como herramienta algorítmica de solución ➢ Valoración del lenguaje matemático para la generalización

25 Adaptación realizada de curiosidad disponible en http://www.ancorensis. pt/sites/ ancoramat/ Curiosidades .htm#_top

Procedimiento para obtener la respuesta de la curiosidad: Potencia mágica		
Referente aritmético (Ejemplo)	Referente algebraico	Contenidos adicionales utilizados en el referente algebraico
1. Sea 205 el número de tres cifras 2. $(205)^2 = 42025$ 3. El resultado 42025 La cifra escogida fue el 205	1. Sea **a05** el número Pero: $a05 = a.10^2 + 5$ 2. $(a.10^2 + 5)^2 = a^2 10^4 + a.10^3 + 25$ El número correspondiente a la expresión anterior se representa de la siguiente manera: a^2a025	• Expresiones algebraicas de números naturales • Forma polinómica de un número y su cuadrado • Valor de posición • Producto notables

Justificación:

- El resultado de un número de la forma indicada siempre será otro cuya forma es: El cuadrado de la cifra de las centenas, la cifra de las centenas, cero y veinte y cinco (en ese orden).

Variantes:

- La curiosidad anterior también se podría realizar con decimales. Por ejemplo: $(2,05)^2 = 4,2025$ ó $(20,5)^2 = 420,25$.

¡¡¡ Anímese a descubrir la generalización en cada caso!!!

Aprendiendo más...

Potenciación pitagórica

Se puede entender la potencia de un número como la multiplicación n-ésima de factores iguales, por tanto se tiene que $a^2 = a.a$. Sin embargo, Pitágoras muestra otra forma de hallar la potencia cuadrática de un número natural expresada por la siguiente serie: $1+3+5+7+9+\ldots+(2n-1)=n^2$; es decir, por la suma de lo "n" primeros números impares. Por ejemplo: $4^2 = 1+3+5+7 = 16$ y $3^2 = 1+3+5 = 9$ y así sucesivamente. La demostración correspondiente puede basarse por un proceso de inducción.[26]

26 Tomado de: http://edumate.wordpress.com/2008/10/25/otra-forma-de-calcular-la-potencia-de-un-numero/. Imagen disponible en http://www.lpi.tel.uva.es/~nacho/docencia/ing_ond_1/trabajos_06_07/io5/public_html/punto2/pitagoras.jpg

Curiosidad 15 Prediciendo el perímetro

Planteamiento didáctico:

Solicite a un estudiante que:

1.- Construya un rectángulo cuyas dimensiones sean enteras: que no tengan más de dos cifras por lado y que le indique la unidad a utilizar (deben ser las mismas).

2.- Halle el perímetro del rectángulo (no lo revele).

3.- Multiplique por 5 el valor de la base.

4.- Sume 6 al resultado anterior.

5.- A esta suma, multiplíquela por 20.

6.- Sume el valor de la altura a la cantidad anterior.

7.- Reste 120 al resultado anterior.

Solicite el resultado obtenido. Así, el matemago podrá dar

el valor de la base, de la altura y del perímetro del rectángulo

CONTENIDOS ABORDADOS		
Conceptuales	**Procedimentales**	**Actitudinales**
Números naturales multiplicación, adición y sustracción en N Perímetro de un rectángulo	- Escritura de números naturales - Utilización de unidades de longitud en situaciones específicas - Construcción de rectángulos - Identificación de las dimensiones de un rectángulo - Utilización de fórmulas para el cálculo del perímetro - Resoluciones de adiciones, sustracciones y productos en N - Utilización de unidades de longitud en la resolución de problemas	- Valoración del uso de la propiedad distributiva como herramienta algorítmica de solución - Valoración del uso de fórmulas para el cálculo del perímetro - Manifestación de curiosidad ante la situación planteada - Valoración del reconocimiento de las unidades para el establecimiento de generalizaciones

Procedimiento para obtener la respuesta de la curiosidad: Prediciendo el perímetro

Referente aritmético (Ejemplo)	Referente algebraico	Contenidos adicionales utilizados en el referente algebraico
1. Sean B = 20 cm. y H = 35 cm las dimensiones del rectángulo 2. El perímetro es: P =2B + 2H = 110 cm. 3. 5.20 = 100 4. 100+6= 106 5. 106.20 = 2120 6. 2120+35 =2155 7. Reste 120: 2155 – 120 = 2035 Aquí, los dos primeros dígitos y los dos últimos son las dimensiones del rectángulo, lo cual permite determinar el perímetro, mentalmente: 2.(20+35)= 110	1. Sea un rectángulo de base B=ab y de altura H=cd 2. Fórmula de cálculo del perímetro P = 2.B + 2.H 3. Se halla 5B 4. Se suma 6 a ese resultado: 5B + 6 5. Se halla (5B+ 6).20 = 100B + 120 6. Se halla (100B + 120) + H 7. Se halla (100B+120+H)–120 = 100.B + H =100.ab+cd = abcd Usando la fórmula para calcular el perímetro de tiene que: P = 2 . (B+H)	• Expresiones algebraicas de números naturales • Multiplicación, adición y sustracción de expresiones algebraicas • Valor de posición de un número • Perímetro de un rectángulo • Unidades de longitud • Propiedad distributiva • Cálculo mental de operaciones en situaciones específicas.

Justificación:

- El número que representa la base se multiplicó por 5 y se le sumó 6 para luego multiplicarlo por 20, lo que equivale haberlo multiplicado 100 y sumado 120. Por lo tanto, debe restarse 120 a la expresión quedando la base en la posición de las centenas y la altura al ser sumada queda en la posición de las unidades.

Variantes:

- Puede haber tantas como se quiera, dependerán de los números escogido para sumar y multiplicar. Por ejemplo: si tomo 12 para sumar y luego multiplico por 20 dará 240, ya final habrá que restar 240.
- Si la base se multiplica por 4, en el paso 5 se habrá de multiplicar por 25. Esto se debe a que la base al final debe quedar multiplicada por 100 (lo cual conlleva a otras combinaciones).
- Teniendo los valores de la base y de la altura se puede pedir el área y, posiblemente, la medición de otros elementos característicos.

¿Se anima a producir variantes?

Curiosidad 16 Adivinando el volumen

Presentación didáctica:

Pida a cada estudiante que:

1. Construya un paralelepípedo rectangular donde cada dimensión no sea mayor de una cifra y que le indique las unidades a utilizar (deben ser las mismas).
2. Halle su volumen (y no lo diga).
3. Halle el doble del largo.
4. Sume 4 al doble del largo.
5. Multiplique por 5 el resultado.
6. Añada el valor del ancho al resultado anterior.
7. Multiplique por 10 esta suma.
8. Sume el valor de la altura al producto anterior.
9. A ese valor réstele 200.

Solicite el resultado obtenido y el matemago podrá decir

el volumen del paralelepípedo

CONTENIDOS ABORDADOS

Conceptuales	Procedimentales	Actitudinales
Números naturales Adición, sustracción y multiplicación en N. Volumen de un sólido	➢ Escritura de números naturales con condiciones específicas ➢ identificación de las dimensiones de un sólido ➢ Utilización de fórmulas para el cálculo del volumen ➢ Determinación de productos de potencias de igual base ➢ Resoluciones de adiciones, sustracciones y multiplicaciones en N ➢ Obtención del volumen de un paralelepípedo mediante el uso de medidas de sus dimensiones ➢ Identificación y utilización de unidades de longitud y volumen	➢ Valoración del uso de la propiedad distributiva como herramienta algorítmica de solución ➢ Valoración por el uso de fórmulas para el cálculo del volumen ➢ Manifestación de curiosidad e interés por descubrir regularidades y establecer generalizaciones ➢ Valoración del uso de las unidades de medidas como herramientas para expresar resultados ➢ Satisfacción por el trabajo y el deber cumplido

Procedimiento para obtener la respuesta de la curiosidad: Adivinando el volumen

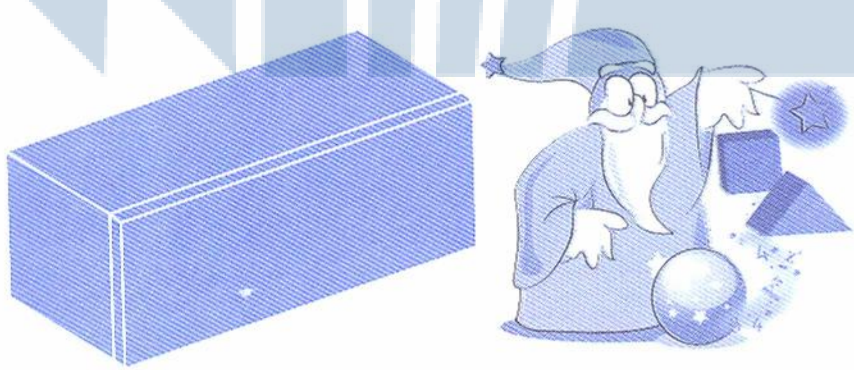
Referente aritmético (Ejemplo)	Referente algebraico	Contenidos adicionales utilizados en el referente algebraico
1. Sean L = 2 cm., A = 3 cm y H = 5 cm., las dimensiones del paralelepípedo 2. Se halla el volumen: $V = L \times A \times H = 30\ cm^3$ 3. 2 . 2 = 4 4. 4+4 = 8 5. 8.5 = 40 6. 40 + 3 = 43 7. 43 . 10 = 430 8. 430 + 5 = 435 9. 435 – 200 = 235 El resultado es 235 cuyos dígitos son, respectivamente, los valores del largo, ancho y la altura, pudiendo hallar el volumen $V = 2\ cm \times 3\ cm \times 5\ cm = 30\ cm^3$	1. Sean L ,H y A, las dimensiones del paralelepípedo (largo, altura y ancho) 2. Sea 2.L el doble del largo 3. Sumamos 4: 2.L+4 4. Multiplicamos por 5: (2L+4). 5 = 10.L + 20 5. Sumamos el ancho: 10.L + 20 +A 6. Multiplicamos por 10: (10.L+20+A) .10 =100.L+200+10.A 7. Sumamos la altura: 100.L+200+10A+H 8. Restamos 200, quedando: 100.L+200+10.A+H -200 = L.A.H que informa sobre las dimensiones del paralelepípedo V = L . A . H	• Expresiones algebraicas de números naturales • Multiplicación, adición y sustracción de expresiones algebraicas • Valor de posición de un número • Volumen de un sólido • Unidades de volumen • Propiedad distributiva • Cálculo mental de operaciones en situaciones específicas.

Justificación:

- A similitud de la cusiosidad anterior, sólo se tendría que aclarar el porqué al final se resta 200. La razón, depende de los números que se escogieron para sumar y multiplicar en el desarrollo.

Variantes:

- Se pueden variar los valores para sumar y multiplicar en el desarrollo
- Se pueden plantear situaciones con otros sólidos tales como los cubos donde $V = L^3$.



Curiosidad 17 La suma mágica[27]

Presentación didáctica:

Pida a cada estudiante que:

1. Escriba un número de 3 cifras diferentes.
2. Encuentre y escriba todas las permutaciones de dicho número.
3. Sume todas las permutaciones encontradas.
4. Divida el resultado anterior entre las suma de las cifras del primer número.
5. Al resultado anterior, le sume 78.

Sin conocer valor alguno, el matemago

podrá predecir que el resultado final siempre será igual a 300

CONTENIDOS ABORDADOS		
Conceptuales	**Procedimentales**	**Actitudinales**
Númerosnaturales adición y división en N. Permutaciones en N	➢ Identificación, lectura y escritura de un número natural ➢ Realización de adiciones y divisiones en N ➢ Obtención de las permutaciones de un número dado ➢ Escritura de números naturales con condiciones iniciales	➢ Motivación por la necesidad de obtener resultados ➢ Reconocimiento del valor que tienen las operaciones numéricas en la búsqueda de resultados ➢ Disfrute del trabajo individual o grupal ➢ Manifestación de interés por conocer el resultado de la problemática planteada y por encontrar permutaciones de las cifras dadas ➢ Reconocimiento de la utilidad de la Matemática en situaciones concretas mediante la aplicación de los conocimientos adquiridos

27 Adaptación realizada de curiosidad disponible en http://descartes.cnice.mec.es/matemagicas / pages/jeux_mat/indexF.htm

Procedimiento para obtener la respuesta de la curiosidad: La suma mágica		
Referente aritmético (Ejemplo)	Referente algebraico	Contenidos adicionales utilizados en el referente algebraico
1. Sea 723 el número 2. 723,732,273, 237, 372,327 (permutas) 3. 2664 (la suma) 4. 7+2+3 =12 2664 : 12 =222 5. 222 + 78 =300	1. abc=100.a+10.b+c (el número) 2. abc, acb, bac, bca, cab, cba 3. 200.(a+b+c)+20.(a+b+c)+2.(a+b+c) La suma de los números 4. a+b+c (suma de las cifras) al dividir la expresión obtenida en el paso 3 entre la del paso 4, se obtiene el siguiente cociente C =200+20+2 =222 5. C =222+78 =300	• Expresiones algebraicas de números naturales • Forma algebraica y polinómica. de un número natural • Permutaciones de un número • Adición y división de expresiones algebraicas. • Factor común

Justificación:

- Al hacer las permutas cada cifra del número ocupará dos veces cada posición, por tanto al final de su suma cada valor de posición quedará multiplicado por 2.

Variantes:

- Se puede usar cualquier otro número en sustitución de 78 y variará el resultado a predecir
- Esta curiosidad se puede realizar con números de 4 cifras, dando siempre al final 6666 sin utilizar distractores.

¿Puede averiguar cuánto dará si el número es de 5 cifras?

¿Podría generalizar una forma sin necesidad de realizar la suma de las permutas?

El 142857: un número cíclico

Aprendiendo más...

Se dice que un número entero es cíclico si al multiplicarlo por todos los números enteros existentes entre uno y su número de cifras, ambos inclusive, produce permutaciones cíclicas de las mismas (Garner, 1979). Verifiquemos que 142857, número de 6 cifras, satisface la condición de ser cíclico dado que el producto resultante, en referencia, se corresponde exactamente a las mismas cifras del número original pero en otro orden (permutadas).

Número cíclico	142857x1	142857x2	142857x3	142857x4	142857x5	142857x6
142857	142857	285714	428571	571428	714285	857142

Obsérvese también que al multiplicarlo por 7, la particularidad anterior no se cumple, pero el resultado sigue siendo curioso: 142857x7=999999. Al continuar multiplicando 142857 por los siguientes enteros, se presentan nuevas particularidades.

Número cíclico	142857x8	142857x9	142857x10	142857x11	142857x12	142857x13
142857	1142856	1285713	1428570	1571427	1714284	1857141
	1+6 = 7	1+3 = 4	1+0 = 1	1+7 = 8	1+4 = 5	1+1 = 2

Curiosidad 18 Una de dominó[28]

Presentación didáctica:

Diga a un estudiante que:

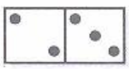
1. Elija una pieza de dominó, anote las pintas, en un papel y mantengalas en secreto.
2. Calcule el doble de la pinta de la izquierda de la pieza elegida.
3. Sume 80 al resultado anterior.
4. Multiplique por 5 la cantidad obtenida.
5. Al resultado anterior, sume el valor de la pinta derecha de la pieza elegida.

Conocida la suma anterior, el matemago siempre podrá decir

cual es la piedra seleccionada

CONTENIDOS ABORDADOS		
Conceptuales	**Procedimentales**	**Actitudinales**
Números naturales Adición y multiplicación en N	➢ Identificación de posición de una cifra ➢ Realización de productos de un número Natural por otro Natural ➢ Realización de adiciones en N ➢ Escritura de números naturales ➢ Utilización de adiciones y multiplicaciones en situaciones comunicativas cotidianas	➢ Reconocimiento de la importancia del cálculo para determinar soluciones de problemas planteados sobre la base de objetos concretos ➢ Motivación por la búsqueda de soluciones ➢ Curiosidad por las interrelaciones que se establecen entre la Matemática y los juegos ➢ Satisfacción por el trabajo y el deber cumplido ➢ Valoración del conocimiento matemático para la determinación de cantidades ligadas a elementos de juegos concretos

28 Adaptación realizada de curiosidad presentada en Matemágicas descartes.cnice.mec.es/matemagicas/index.htm - 3k

Procedimiento para obtener la respuesta de la curiosidad: Una de dominó		
Referente aritmético (Ejemplo)	Referente algebraico	Contenidos adicionales utilizados en el referente algebraico
1.  2. 2.2=4 3. 4+80=84 4. 84.5=420 5. 420+3=423 Se puede decir que la piedra es el 2;3	1. Sean **ab** las pintas de la piedra 2. 2.a (doble del número a) 3. 2.a+80 4. (2.a+80).5 = 10.a+400 5. 10.a+400 +b =4.ab La piedra es a ; b	• Expresiones algebraicas de números naturales • Multiplicación y adición de expresiones algebraicas • Valor de posición • Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición

Justificación:

- La intención es multiplicar al número que representa la primera pinta por 10 (primero por 2 y luego por 5), para que ocupe el lugar de las decenas. Al sumar la segunda, siempre ocupará el lugar de las unidades.

Variantes:

- En el paso 3 se puede sumar 20,40 ó 60, para que el resultado final solo se altere la cifra de las centenas.

¿Es posible otros casos?

Aprendiendo más...

Algunas curiosidades
del juego de dominó

Para que en un juego de dominó le corresponda el mismo número de fichas (Fj) a cada uno de los miembros de dos parejas de jugadores, es necesario que la cantidad de fichas (F) sea divisible por 4. ¿Cuál sería el mínimo valor que puede tomar F para garantizar la misma cantidad de fichas para cada jugador, sabiendo que en una piedra sólo es posible repetir hasta dos palos por pinta?

Siendo "p" el número de pintas, "K=2" el número de pintas que se repiten. CR el número de combinaciones con repetición y C el número de combinaciones posibles, entonces:

$$F = CR(p;2) = C(p+1;2) = \frac{(p+1)!}{2!.(p-1)!} = \frac{p.(p+1)}{2}$$

Como son 4 jugadores, interesa determinar $\frac{F}{4} = \frac{p.(p+1)}{8} = F_j$

y para que p. (p+1) sea divisible x 8, es necesario que "p" ó "p+1" sean divisibles por 8. Respectivamente, "p" debe tomar cualquiera de los siguientes vañpres: 8, 16, 24, 32, ..., 8n, ... o "p" debe tomar cualquiera de los siguientes valores: 7, 15, 23, 31, ..., (8-1), ... Uniendo ambos casos, se generan las siguientres posibilidades, 7, 8, 15, 16, 23, 24, ..., lo cual indica que 7 es la menor cantidad de "pintas" o "palos" que garantiza que a cada miembro de las dos parejas lle corresponda la misma cantidad de fichas (González Sanz, 2000). De allí que siendo p=7, entonces Fj=p, Fj=7 y F=28.

Curiosidad 19 Telepatía[29]

Presentación didáctica:

Seleccione tres participantes y pida a cada uno que escriba un número del 1 al 9. Luego:

1. Indique al primero que multiplique por 2 el número escrito, le sume 1 al resultado y luego lo multiplique por 5.
2. Pídale que comunique, secretamente, el resultado al segundo participante, y que este sume dicho valor a su número escrito. A este resultado, luego lo multiplique por 2, le sume 1 y, finalmente, lo multiplique por 5.
3. Se repite el mismo procedimiento con el tercer estudiante y éste debe darle el resultado al matemago.

Mentalmente, el matemago resta 555 a este resultado y con este resto podrá decir

cuales son los números escritos por cada participante

CONTENIDOS ABORDADOS		
Conceptuales	**Procedimentales**	**Actitudinales**
Números naturales adición, sustracción y multiplicación en N	➤ Realización de multiplicaciones de naturales ➤ Adición en N ➤ Sustracción en N ➤ Identificación de cifras de acuerdo a su lugar de posición	➤ Valoración del trabajo en grupo en la búsqueda de soluciones ➤ Reconocimiento de la importancia de las operaciones básicas matemáticas para buscar soluciones a situaciones problemáticas ➤ Satisfacción al trabajar de manera grupal en un fin común

29 Adaptación realizada de curiosidad presentada en Matemágicas. Disponible en http://www.descartes.cnice.mec.es /matemagicas/index.htm - 3k

Procedimiento para obtener la respuesta de la curiosidad: Telepatía

Referente aritmético (Ejemplo)	Referente algebraico	Contenidos adicionales utilizados en el referente algebraico
1. Sean 5,6,8 los números escritos respectivamente por el 1°, 2° y 3° estudiante 2. (2.5+1).5 = 55 3. ((55+6).2+1).5 =615 4. ((615+8).2+1).5=6235 6235-555= 5680 Los tres primeros dígitos son los escritos, respectivamente, por cada estudiante	1. Sean a, b, c los números 2. (2.a+1).5 =10.a+5 3. ((10.a+5+b).2+1).5 =100.a+10.b+55 4. ((100.a+10.b+55+c).2+1).5 =1000.a+100.b+10.c+555 Al restar 555, queda un número de la forma **abc0**	• Expresiones algebraicas de números Naturales • Adición, multiplicación y sustracción de expresiones algebraicas • Valor de posición • Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición • Cálculo mental de sustracciones en N

Justificación:

- Multiplicar, siempre por 2 y por 5 equivale a hacerlo por 10, logrando obtener la cantidad. Así que se pueden identificar cifras de acuerdo con su lugar de posición.

Variantes:

- Si suma 445, en vez de restar 555, hace que la cifra del lugar de las unidades de mil se aumente en uno, es decir, el resultado aumenta en 1000. Eso quiere decir que le dará un número de la forma **(a+1)bc0**. Los números buscados se identifican de inmediato, excepto que tendrá que restar uno al primer dígito escrito, de izquierda a derecha, para determinar el primer número.

Aprendiendo más...

La Matemágica y la telepatía

Cuando se pone en escena la Matemágica, hay quienes tratan de explicar los resultados de muchas maneras. Una de ellas es a través del uso de la telepatía, abriendo la posibilidad de justificar el encuentro de los resultados mediante la transmisión de pensamientos de una persona a otra. Esta transmisión no suele analizarse de manera profunda pero se da a entender que se debe a una comunicación entre mentes de las personas que interactúan durante la dinámica que se desarrolla. Este asunto despierta el interés y el asombro de cualquier participante de la práctica y, por ende, es propicio para organizar experiencias de aprendizaje. Aunque la prueba de la comunicación telepática no es asunto de la Matemágica, con la simulación de la misma se abre un halo de misterio que suele dar rienda suelta a la imaginación.

Curiosidad 20 Predicción con el diccionario[30]

Presentación didáctica:

Solicite un diccionario a los participantes, revíselo y luego, si satisface las condiciones buscadas (en este caso, el diccionario debe tener, al menos, 61 páginas y éstas más de 4 palabras), escriba una palabra clave en un papel, sin ser visto por los estudiantes. Posteriormente, pida a uno de ellos que se lo guarde e indique a otro estudiante que:

1. Escriba un número impar de cinco, siete o nueve cifras.
2. Cuente el número de cifras pares (P), el número de cifras impares (I) y el total de las cifras (T).
3. Forme un número con los resultados de los conteos anteriores, en este orden: PIT.
4. Repita la operación de conteo, una vez más, y forme un nuevo número PIT.
5. Multiplique por 5 el resultado anterior.
6. Busque en el diccionario una palabra asociada con el resultado final. Utilice las dos primeras cifras (de izquierda a derecha) para ubicar la página del diccionario y la última de la derecha para indicar la ubicación de la palabra en dicha página.

Por último, pida al estudiante que lea la palabra escrita en el papel que guardó al inicio. Se puede verificar que,

coincide con la encontrada en el diccionario

CONTENIDOS ABORDADOS		
Conceptuales	**Procedimentales**	**Actitudinales**
Números naturales Números pares e impares Multiplicación en N Organización y análisis de información simple	➤ Identificación y construcción de números impares de determinado número de cifras ➤ Escritura de números con condiciones iniciales ➤ Identificación de números pares e impares ➤ Multiplicación de números naturales ➤ Organización de datos indicando la frecuencia	➤ Interés por conocer la solución de la curiosidad planteada ➤ Toma de conciencia sobre la importancia de las operaciones matemáticas para la búsqueda de soluciones ➤ Manifestación de curiosidad por el porqué de las situaciones ➤ Adquisición de hábitos de conteo y organización de datos

30 Adaptación realizada de curiosidad disponible en http://www.todomagia.com/automagia/agunegros.html.

Procedimiento para obtener la respuesta de la curiosidad: Predicción con el diccionario		
Referente aritmético (Ejemplo)	Referente algebraico	Contenidos adicionales utilizados en el referente algebraico
1. Sea 754892315 el número de 9 cifras 2. Conteo: 3 cifras pares, 6 cifras impares, 9 cifras en total 3. 369 (nuevo número) 4. 123 (nuevo número al repetir el proceso) 5. 123.5 =615 (multiplicando por 5) De allí se tiene que 61 es el número de la página y 5 es el lugar de la palabra a buscar	1. Sea N un número de 5, 7 ó 9 digitos 2. El nuevo número es PIT=(T-I)IT ya que P + I=T, siendo: P: Cantidad de cifras pares I: Cantidad de cifras impares T: Número de cifras En el caso de que el número sea de 5 cifras, se tiene que PIT es de la forma: (5-I)I5 con $1 \leq I \leq 5$ 3. Luego, la forma del nuevo PIT es: (3-I)I3. Pero, siempre I=2, en consecuencia: (3-I)I3 =123	• Expresiones algebraicas de números naturales • Valor de posición • Acotamientos de la cantidad de cifras de un número según condiciones dadas • Multiplicación de números naturales • Organización y análisis de información con apoyo en ecuaciones, las expresiones algebraicas de un número y procesos de conteo

Justificación:

- Para poder lograr el efecto deseado, el matemago debe conocer la ubicación de la palabra en un diccionario predeterminado tomando como referencia de que siempre dependerá del número 123 el cual puede variar según el factor que se elija al final.

Variantes:

- Puede multiplicar a 123 por otro número diferente de cinco, pues siempre se conocerá el resultado que depende de 123, ¿qué ocurriría bajo otras condiciones, es decir: con cualquier número par o impar con cualquier número de cifras? Puede usarse un libro, en vez de un diccionario, siempre que satisfaga las condiciones buscadas. En caso de presentarse conflictos con la página o la palabra, el matemago puede acoplar la información según los datos.

Agujeros negros

Aprendiendo más...

En el sistema de numeración decimal algunos números tienen propiedades absorbentes que los convierten en agujeros negros numéricos, pues, cuando con ellos se siguen ciertos procesos repetitivos, al llegar a dichos números los mismos permanecen invariables. Eso ocurre con el número 123 cuando se sigue con él un proceso como el descrito en esta curiosidad.

31 Tomado de hhttp/:belenalvarez.com/2007/01/12/agujeros-negros-numericos/

Curiosidad 21 Una de cartas[32]

Presentación didáctica:

Tome dos mazos de baraja francesa, seleccionelas del 1 al 10 (A=1), entrégueselas a un participante cualquiera. Luego, pídale que:

1. Coloque cuatro cartas sobre una mesa, caras arriba y no todas iguales, de manera tal que constituyan una fila[33].
2. Pida al participante que, a partir de esa fila construya una figura triangular con las cartas, usando el siguiente procedimiento: por cada par consecutivas de la fila superior se colocará una carta en una fila inferior, cuyo valor sea la suma de las dos inmediatamente superiores. Sí la suma es mayor que 10, reste 10 a este número.
3. Utilizando el mismo procedimiento, el participante seguirá incorporando cartas en las filas inmediatas inferiores hasta que haya llegado al vértice de la figura triangular donde, por cierto, no debe colocar ninguna. Allí debe estar una carta tapada, previamente, colocada por el matemago. Se debe verificar que si en la primera fila hay cuatro, la segunda tendrá tres, la tercera dos y la última una (el vértice).

Cuando pida al público que descubra la carta oculta, colocada en el vértice de la figura, podrá verificar que la misma

siempre coincidirá con el resultado final que obtiene el estudiante

CONTENIDOS ABORDADOS		
Conceptuales	**Procedimentales**	**Actitudinales**
Adición y sustracción en N	➢ Realización de adiciones y sustracciones de números naturales ➢ Inecuaciones en N	➢ Curiosidad por los contenidos matemáticos que permiten el logro de los planteamientos ➢ Reconocimiento de la importancia de las operaciones elementales para obtener resultados ➢ Interés por la adquisición de conocimientos matemáticos

32 Adaptación realizada de curiosidad presentada en Matemáticas y Cultura: MateMagia MATEMAGIA 58 (2009).

33 Con esta información, usted debe calcular, mentalmente, la siguiente suma: $a_1+3(a_2+a_3)+a_4$ donde ai son las posiciones de las cartas y a_1 es la primera carta colocada al extremo izquierdo, a_2 y a_3 las cartas que ocupan los lugares centrales y a4 la carta que ocupa el extremo derecho. Si esta suma es superior a 10, elimine las decenas y busque una carta que represente el valor de las unidades la cual usted colocará en el vértice de la figura triangular que se construirá a partir de la fila de cartas formada por el estudiante. Si la suma es menor o igual a 10, la carta a seleccionar se corresponde con este resultado. La carta a colocar en el vértice debe estar tapada y no debe ser vista por ningún participante de la actividad.

Procedimiento para obtener la respuesta de la curiosidad: Una de cartas

Referente aritmético: ejemplo

1. Sean 6, 5, 7 y 1 los números de las cartas seleccionadas
2. Los resultados correspondientes y el proceso son los que se indican a continuación:

Fila 1	6	5	7	1
Fila 2	1	2	8	
Fila 3	3	10		
Fila 4 (Carta Oculta)	3			

a_1	a_2	a_3	a_4

$b_1=a_1+a_2$ si $a_1+a_2\leq 10$; en caso contrario $b_1=a_1+a_2-10$;	$b_2=a_2+a_3$ si $a_2+a_3\leq 10$; en caso contrario $b_1=a_2+a_3-10$;	$b_3=a_3+a_4$ si $a_3+a_4\leq 10$; en caso contrario $b_3=a_3+a_4-10$;

$c_1=b_1+b_2$ si $b_1+b_2\leq 10$; en caso contrario $c_1=b_1+b_2-10$;	$c_2=b_2+b_3$ si $b_2+b_3\leq 10$; en caso contrario $c_2=b_2+b_3-10$;

Carta Oculta
(carta volteada)

$d=c_1+c_2$
si $c_1+c_2\leq 10$;
en caso contrario
$d=c_1+c_2-10$;

Referente algebraico (demostración)

Se define S={$\bar{0}$, $\bar{1}$, $\bar{2}$, $\bar{3}$, $\bar{4}$, $\bar{5}$, $\bar{6}$, $\bar{7}$, $\bar{8}$, $\bar{9}$} un sistema completo de residuos módulo 10, siendo $\overline{a_i}$ las clases (restos resultantes de dividir cualquier número Natural por 10):

$\bar{0}$={0,10,20,...}; $\bar{1}$={1,11,21,...}; $\bar{2}$={2,12,22,...}; ..., $\bar{9}$={9,19,29,...}

Allí se tiene que:

1. La suma de dos clases cualesquiera es siempre la clase de la suma, es decir: $\overline{a_i} + \overline{a_j} = \overline{a_i + a_j}$
2. Si b ∈ $\bar{a}$ entonces $\bar{b} = \bar{a}$. Como $\bar{0} = \overline{10}$ ya que 10 ∈ $\bar{0}$ y las cartas sólo toman valores en C = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}, eso indica que cuando corresponda en el juego colocar la carta "0", que no existe en el mazo, eso será equivalente a colocar la carta "10".

Como cada número, correspondiente a cada carta, siempre está en una y sólo una de las clases de S, la carta siempre estará en una y sólo una de las siguientes:

$\bar{1}$, $\bar{2}$, $\bar{3}$, $\bar{4}$, $\bar{5}$, $\bar{6}$, $\bar{7}$, $\bar{8}$, $\bar{9}$ ó $\overline{10}$

Tomando como referencia las consideraciones anteriores, entonces se tiene que:

Primera fila de la figura triangular (4 cartas)	$\overline{a_1}$		$\overline{a_2}$		$\overline{a_3}$		$\overline{a_4}$
Segunda fila la figura triangular: (3 cartas)		$\overline{a_1 + a_2}$		$\overline{a_2 + a_3}$		$\overline{a_3 + a_4}$	
Tercera fila del la figura triangular (2 cartas)			$\overline{a_1 + 2a_2 + a_3}$		$\overline{a_2 + 2a_3 + a_4}$		
Cuarta fila de la figura triangular (1 carta que coloca el matemago luego de conocer las 4 primeras)				$\overline{a_1 + 3a_2 + 3a_3 + a_4}$ que es equivalente a: $\overline{a_1 + 3(a_2 + a_3) + a_4}$ (expresión de predicción del matemago)			

Contenidos adicionales usados en el referente algebraico

1. Adición de expresiones algebraicas
2. Teoría de conjuntos
3. Congruencia módulo 10
4. Relaciones de equivalencia
5. Partición de un conjunto. Propiedades
6. Clases de equivalencia

Justificación:

- El resultado final (carta cubierta) siempre será igual al residuo que resulta de dividir la suma $a_1+3(a_2+a_3)+a_4$ entre 10

Variantes:

- Se puede realizar colocando 5 cartas y la suma inicial debe ser de la forma $K=(a_1+a_5)+4(a_2+a_4)+6a_3$.
- Al inicio, se puede usar también un número finito de números no condicionados y, en este caso, no es necesario utilizar el concepto de congruencia.

El triángulo de Pascal[34]

Aprendiendo más...

El Triángulo de Pascal debe su nombre a Blaise Pascal (1623-1662). Su construcción es como sigue: (a) cada fila inmediata inferior está formada por un elemento más que la anterior partiendo de un número 1 ubicado en el vértice superior (la cúspide) que se constituye en el primer elemento del triángulo; (b) la próxima fila está formada por dos elementos, ambos también el número 1.

A partir de aquí se sigue la regla: el elemento primero y el último de cada fila siempre será el número 1 (obtenido de sumar el 1 que tiene encima a la derecha, y el cero, no visible, que estaría a la izquierda, y viceversa). Además, cada elemento será el resultado de sumar los dos elementos situados encima de él, adyacentes en la fila superior.

						1						
					1		1					
				1		2		1				
			1		3		3		1			
		1		4		6		4		1		
	1		5		10		10		5		1	
1		6		15		20		15		6		1

El Triángulo de Pascal tiene muchas aplicaciones debido a sus conexiones directas con los coeficientes de los monomios que aparecen en el desarrollo del binomio $(a + b)^n$ y con el número combinatorio $C_{n,m}$ (combinaciones de n elementos tomados de m en m).

Si se profundiza en el estudio del Teorema de Pascal, se podrá notar que en él subyace información valiosa sobre patrones en aspectos tales como los números pares, impares, triangulares, tetraédricos y potencias (Solaeche, 1998).

En la determinación de los términos de la curiosidad, en discusión, se observan procedimientos análogos que son propios de la obtención de los coeficientes de los términos correspondientes al Triángulo de Pascal.

34 Imagen disponible en http://images.google.com

capítulo 5

El lector de mentes

Cuando se revisan revistas, prensa u otros materiales impresos o en línea, se puede observar que la posibilidad de encontrar curiosidades matemáticas es inmensa, pero casi siempre presentadas con propósitos recreativos. Eso suele suceder con una curiosidad muy representativa de la Matemágica conocida como **El Lector de Mentes**[35], la cual aparece en muchas páginas de INTERNET y goza de variadas presentaciones. Sin embargo, ninguna está diseñada con propósitos didácticos, ni tampoco muestran la inmensa gama de variantes que se generan al considerar su estructura.

Para dar muestra de las posibilidades didácticas inmersas en el seno de **El Lector de Mentes**, se presenta una actividad contentiva de variados aspectos, en relación con los contenidos matemáticos que allí subyacen, las competencias correspondientes, los ejes transversales y otros referentes aritméticos y algebraicos que afloran en el desarrollo de dicha actividad que, en este caso, está fundamentada en el mundo de la Matemágica.

Actividad

Objetivo de la actividad (efecto de la magia):

Adivinar símbolos asociados con resultados numéricos debidos al cálculo de operaciones matemáticas

Objetivo Instruccional:

Reforzar o afianzar las operaciones de adición, sustracción y multiplicación de números naturales (N)

35 Nombre traducido de mindreader y tomado de Lycos (2004). Disponible en http://locos.lycos.es/show.asp?id= 31d0bb16e85c45a89c92 80fa42bb9635.

Audiencia:

Estudiantes con edades comprendidas entre los 6 años y los 12 años, aproximadamente

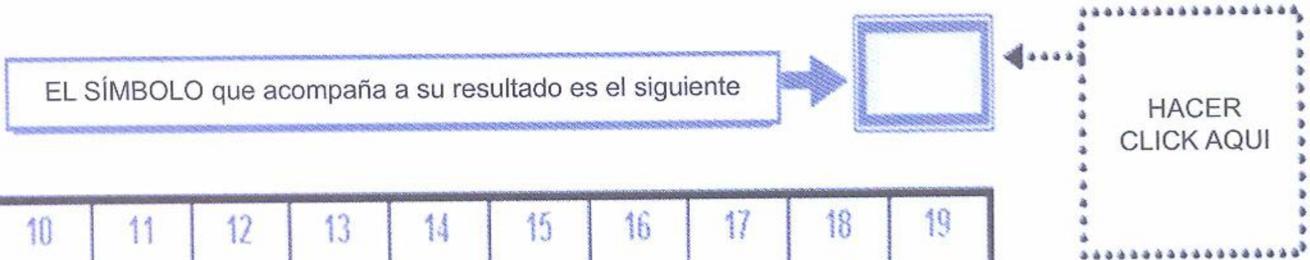
Instrucciones para la actividad

En el cuadro 5.1 aparecen discriminadas las actividades que el director del juego (el matemago) debe indicarle a los participantes:

Cuadro 5.1
Indicaciones del juego *El Lector de Mentes*, con su correspondiente ejemplo

Indicaciones (actividad de los jugadores)	Ejemplo
1. Escriba un número natural de dos (2) dígitos, mayor que 19 pero menor que 100.	89
2. Sume los dígitos del número escrito.	8 + 9 = 17
3. Reste el resultado anterior al número escrito al inicio.	89 – 17 = 72
4. Ubique esta sustracción en la tabla de resultados. Observe el símbolo que le acompaña, en la celda correspondiente y no revele esa información a ninguna persona.	72

Posteriormente, viene la revelación del efecto, es decir, adivinar el símbolo asociado con el resultado obtenido por cada participante. Si los participantes no cometieron errores, el matemago siempre podrá adivinar el símbolo que acompaña a cada resultado obtenido, debido a que los mismos, invariablemente, serán un múltiplo de 9, ¿Por qué? Para poder adivinar el símbolo, que acompaña a todos esos múltiplos de 9, es necesario que dicho símbolo sea común a todos esos valores; de ello debe estar pendiente el matemago al momento de construir los modelos de las tablas de resultados. Si se elige a un jugador que escribió, por ejemplo, el número 35, el resultado final es 27. De elegirse a alguien que escribió 66, el resultado es 54. Si se toma otro que escribió 70, el resultado sería 63. En el caso de elegir a un jugador que escribió 72, el resultado también es 63. De elegirse un jugador, como en el ejemplo del cuadro, el resultado sería 72. Puede observarse, en la tabla de resultados del Gráfico 1, que todos estos múltiplos de 9 están siempre acompañados del mismo símbolo: , lo cual no da espacio para cometer errores.



10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Gráfico 5.1: Modelo 1 de la tabla de resultados sin símbolo en el recuadro

Entonces, adivinar será un acto que puede generar mucho interés entre los participantes, si el docente se vale de su capacidad histriónica y de la propiedad matemática imbuida en la curiosidad, pues, hay espacios de acción que debe aprovechar para desarrollar la actividad, acoplada a la explicación matemática. Eso da lugar a un halo de misterio y magia, al momento de solicitar y presentar los resultados.

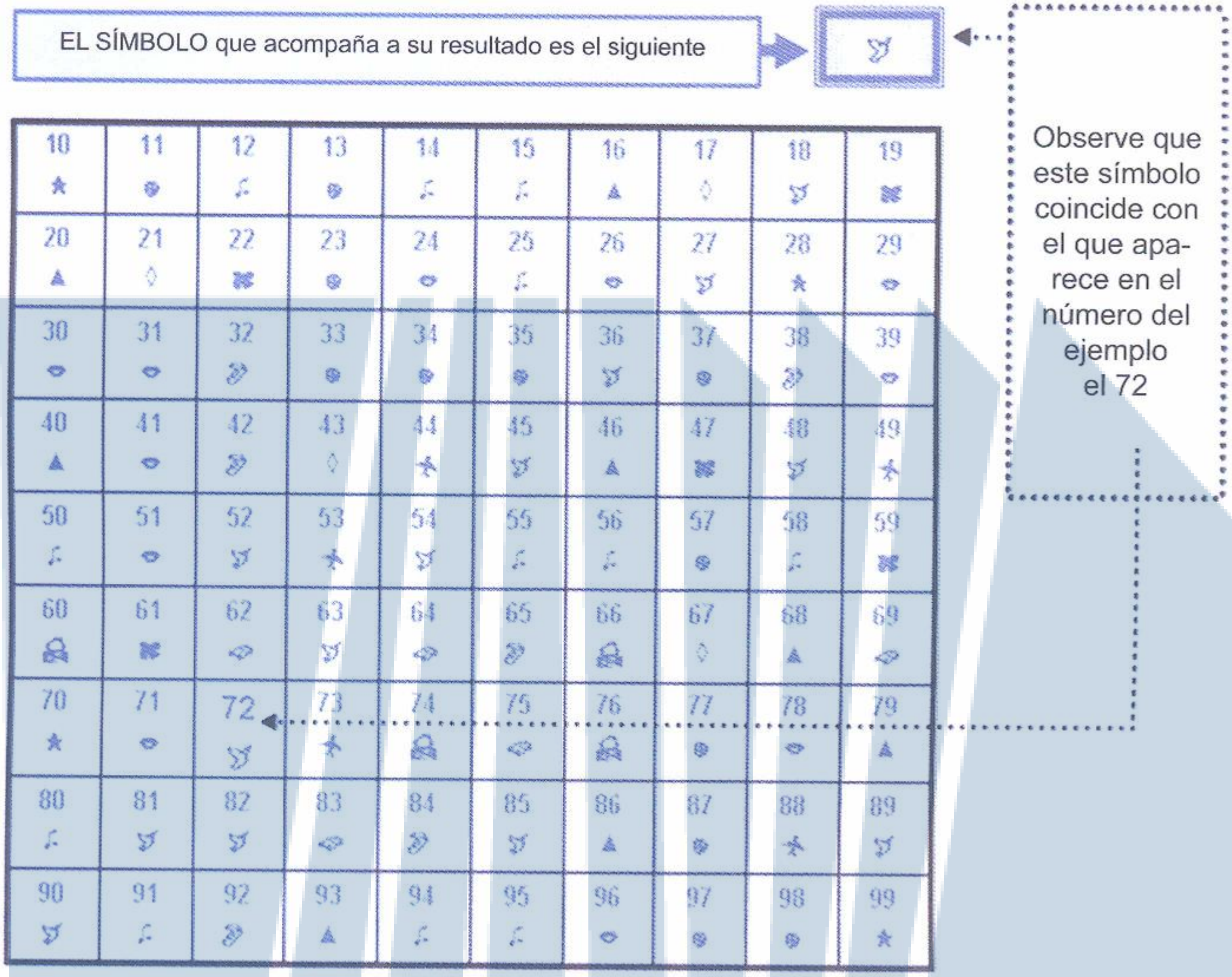


Gráfico 5.2: Modelo 1 de la tabla de resultados con símbolo en el recuadro

Si la actividad se desarrolla con apoyo de diapositivas, dinámicas, proyectadas con recursos de multimedia, el director puede pedirle a un participante cualquiera que concentre su mirada en el símbolo que acompaña al último resultado obtenido y, luego, de un instante que suele cargarse de tensión o misterio para darle un carácter mágico, se debe hacer *Click*, con el *Mouse*, en el recuadro correspondiente en la tabla de resultados (Gráficos 5.1 y 5.2: Modelo 1). Luego de esto, en el próximo cuadro aparecerá el símbolo asociado que siempre será el mismo que el estudiante ligó con el resultado obtenido en sus operaciones.

Si se observa, por ejemplo, el Modelo 2 (Gráfico 5.3), se puede detallar que nuevamente los múltiplos de 9 están acompañados por el mismo símbolo que, en este caso, es una estrella (★).

EL SÍMBOLO que acompaña a su resultado es el siguiente

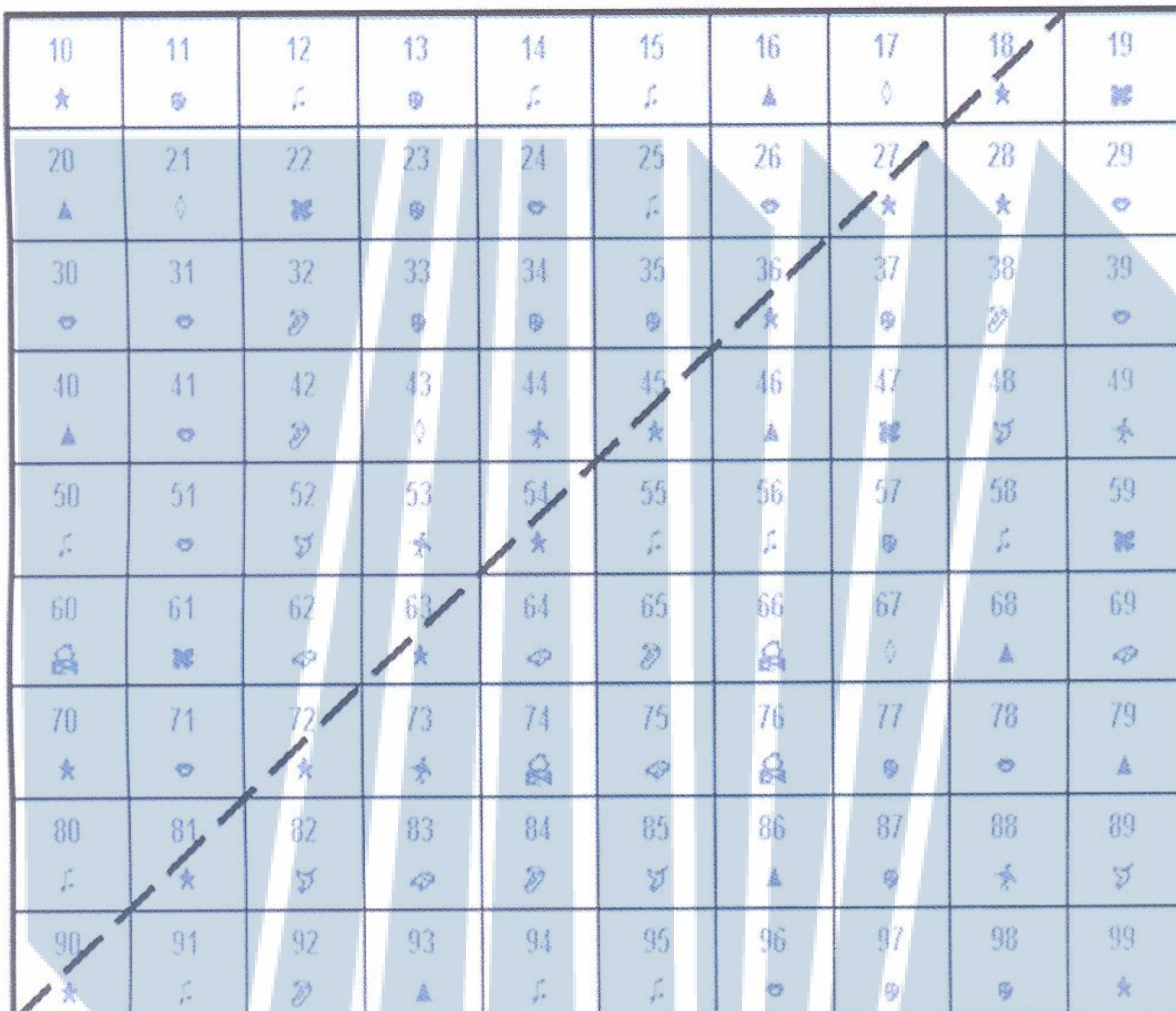


Gráfico 5.3: Modelo 2 de la Tabla de Resultados

Hasta aquí, hay suficientes espacios para que el docente ejercite no solamente lo previsto en el objetivo instruccional sino que también revise escritura de números, nociones de dígito, fila, columna y diagonal y los múltiplos de un número, los cuales forman parte de los contenidos correspondientes a Educación Básica.

En el caso de que esta actividad sea desarrollada en grados superiores es posible considerar el concepto de congruencia, módulo 9, lo cual puede consultarse en Groenwald, Oliveira y Fuelber (2005). Si se quiere adecuarlo a contenidos algebraicos, contemplados en los programas de Matemática correspondientes a la Educación Secundaria, se presenta otra manera de realización de la magia, la cual se apoya en la secuencia de instrucciones dadas al inicio de esta curiosidad (cuadro 5.2).

Instrucciones, referente algebraico y ejemplo de un caso del Lector de Mentes

Instrucciones	Referente algebraico	Ejemplo
1. Escriba un número natural de dos (2) dígitos, mayor que 19 pero menor que 100	Sea **ab** el número de dos dígitos	89
2. Sume los dígitos del número escrito	Sea **a + b** la suma de ambos dígitos	8 + 9 =17
3. Reste el resultado anterior al número escrito al inicio	El resultado solicitado es: ab – (a+b), pero ab = 10.a + b, ¿Por qué?, de allí que: ab – (a+b) = 10.a + b – (a +b), ¿Por qué?, = 10.a + b – a –b, ¿Por qué?, = (10.a – a) + (b –b), ¿Por qué?, = 9.a, ¿Por qué?, ¿es siempre múltiplo de nueve? ¿Por qué?, (dependiendo del grado, el docente también puede hacer alusión a la tabla de multiplicar por 9 o a los divisores del 9)	89–17 = 72 89=80+9 =10.8+9 9.8 =72

La demostración presentada en el cuadro 5.2 puede ser desarrollada por participantes que se estén iniciando en el álgebra, bastando para ello: saber descomponer un número, de base 10, en su forma polinómica; hacer adiciones y sustracciones de expresiones algebraicas; eliminar símbolos de agrupación; identificar la forma de los múltiplos de un número, y aplicar propiedades de la adición.

Obsérvese que cuando se escriben números naturales, mayores que 19 pero menores que 100, y se sigue un procedimiento como el planteado anteriormente, siempre se obtiene un resultado cuyo valor es múltiplo de 9, en función del primer dígito del número escrito. Es decir, de la forma: **9a**. Igual ocurre cuando el valor oscila entre 10 y 19, pero estos casos no están contemplados en las tablas de resultados de la actividad anterior.

En los ejemplos dados anteriormente, donde el participante escribió 35, se tiene que a= 9 y su resultado final 27= 9.3.

Cuando el estudiante escribió 66, se tiene que a= 6 y su resultado final 54= 9.6.

De contemplarse la posibilidad de elegir los números entre 10 y 19, si se elige al 10, por ejemplo, entonces el resultado es 9= 9.1 y de elegirse el 19 el resultado es 9= 9.1 y todos serán de la forma 9.1.

En caso de que se quiera obtener variaciones de la actividad lúdica anterior, bastaría con hacer cambios en los procedimientos ya indicados. El cuadro 5.3 muestra algunos ejemplos de opciones en relación con los múltiplos del 2 al 9, destacando que cuando se quieran obtener los múltiplos del: (a) Nueve (9) se utiliza la expresión ya señalada en el cuadro 5.2; (b) Ocho (8) se requiere: (b.1) escribir el número de dos dígitos, (b.2) multiplicar por 2 el primer dígito y luego sumar este resultado con el segundo dígito, (b.3) restar el resultado anterior al número escrito al inicio, y (c) Siete (7) se requiere: (c.1) escribir el númerc de dos dígitos, (c.2) multiplicar por 3 el primer dígito y luego sumar este resultado con el segundo dígito, (c.3) restar el resultado anterior al número escrito al inicio.

Continuando con procedimientos análogos a los anteriores, y considerando las multiplicaciones por 4, por 5, por 6, por 7 y por 8, se obtienen, respectivamente, los múltiplos de seis, cinco, cuatro, tres y dos. El resto de los casos, materializados con la reproducción del primer dígito o con la obtención de solamente ceros, se obtiene en función de la estructura algebraica señalada en los cabezales de las columnas respectivamente indicadas en el cuadro 5.3.

Obsérvese que, en forma general, la expresión correspondiente a estos resultados es: **R = ab – (na+b)** donde R es el resultado de la operación, n= 10-k, con k el múltiplo a obtener y n = 1, 2,3,... 10. Evaluando, se tiene que si:

n = 1, entonces R es múltiplo de 9

n = 2, entonces R es múltiplo de 8

n = 3, entonces R es múltiplo de 7, y así, para cuando

n = 10, entonces R es múltiplo de 0.

Cuadro 5.3
Expresiones algebraicas correspondientes a varios valores de *R = ab – (na+b)*, incluyendo ejemplos de verificación con algunos números escritos del 20 al 99

Número Escrito: ab	a	b	10a+b	a+b	10a+b- (a+b)= 9a	10a+b- (2a+b)=8a	10a+b- (3a+b)=7a	10a+b- (4a+b)=6a	10a+b- (5a+b)=5a	10a+b- (6a+b)=4a	10a+b- (7a+b)=3a	10a+b- (8a+b)=2a	10a+b- (9a+b)=a	10a+b- (10a+b)=0
21	2	1	21	3	18	16	14	12	10	8	6	4	2	0
28	2	8	28	10	18	16	14	12	10	8	6	4	2	0
33	3	3	33	6	27	24	21	18	15	12	9	6	3	0
35	3	5	35	8	27	24	21	18	15	12	9	6	3	0
41	4	1	41	5	36	32	28	24	20	16	12	8	4	0
44	4	4	44	8	36	32	28	24	20	16	12	8	4	0
52	5	2	52	7	45	40	35	30	25	20	15	10	5	0
58	5	8	58	13	45	40	35	30	25	20	15	10	5	0
60	6	0	60	6	54	48	42	36	30	24	18	12	6	0
69	6	9	69	15	54	48	42	36	30	24	18	12	6	0
71	7	1	71	8	63	56	49	42	35	28	21	14	7	0
80	8	0	80	8	72	64	56	48	40	32	24	16	8	0
91	9	1	91	10	81	72	63	54	45	36	27	18	9	0
99	9	9	99	18	81	72	63	54	45	36	27	18	9	0

Nota: *De tomarse números del 10 al 19, el resultado siempre sería* ***k****, debiendo considerarse para la construcción de las tablas de resultados asociados con los símbolos. Otros casos requieren de nuevas consideraciones.*

Vale destacar que cuando no pueda incluirse un referente algebraico, como el presentado en el cuadro 5.2, es debido a que los estudiantes no han llegado a una etapa donde tengan las competencias matemáticas necesarias para desarrollarlo o comprenderlo. Aqui, sólo se hacen actividades de verificación, utilizando las tablas de multiplicar, los múltiplos de un número o los divisores de él, según el caso.

Tomando como referencia algunos elementos del Currículo Básico Nacional (venezolano), se detalla a continuación una opción de alcance para la actividad referida en los cuadros 5.1 y 5.2; para cuando se trabaja con estudiantes de Educación Básica. Eso quiere decir que, con esa actividad, es posible que los estudiantes aprendan, refuercen o afiancen los siguientes:

1. ***Contenidos conceptuales***: adición, sustracción y multiplicación en N

2. ***Contenidos procedimentales***: realización de adiciones, sustracciones y multiplicaciones de números naturales de hasta dos cifras, pudiendo hacerse, incluso, con cálculo mental

3. ***Contenidos actitudinales***: valoración de la importancia de la adición, de la sustracción y de la multiplicación para resolver problemas relacionados con situaciones del entorno social, familiar y escolar; valoración de la importancia del uso de algoritmos para la realización de operaciones en forma clara y precisa; interés por descubrir valores desconocidos y por comprobar las soluciones encontradas a los problemas; gusto por desarrollar problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana; valoración social de la actividad lúdica ;reconocimiento de la importancia de seguir instrucciones; y aceptación de normas de participación en actividades colectivas: aceptar resultados, jugar para divertirse y aprender.

4. ***Competencias***: desarrollo del pensamiento lógico-matemático; lee y escribe números naturales e interpreta el valor absoluto y posicional de cada cifra; maneja las operaciones de adición, sustracción y multiplicación con números hasta de dos cifras, y resuelve problemas sencillos en los que se utilizan operaciones de adición, sustracción y multiplicación de números naturales.

   Obsérvese que si en las indicaciones anteriores se pide la escritura de números de más de dos cifras, es necesario redefinir algunas especificaciones en relación con los contenidos y las competencias previamente especificadas. Incluso, la actividad puede adecuarse tomando en cuenta datos de la vida real: edad de los jugadores o de sus padres o representantes, terminaciones numéricas de sus cédulas de identidad, valor de las estaturas o peso de cada estudiante.

5. ***Ejes transversales***: cuando se esté desarrollando esta actividad, es posible que el docente incluya ejes transversales tales como: ***lenguaje***; siempre útil debido al intercambio comunicativo continuamente presente en el desarrollo de toda la actividad lúdico-mágica lo cual puede materializarse cuando, los estudiantes expresan sus mensajes con adecuación al contexto en el cual se concreta la curiosidad matemática. Además, puede manifestarse cuando se valoran los procesos de hablar, escribir, oír, comprender, leer o responder cualquier interrogante caracterizadora de la actividad; ***desarrollo del pensamiento***: la génesis de este tipo de actividad, tomada del mundo de la **Matemágica**, es propicia para el desarrollo de habilidades cognitivas y afectivas, tomando en cuenta tanto los procesos como los contenidos. De allí que el razonamiento, el análisis, la reversibilidad, el actuar bajo incertidumbre, la creatividad y la aplicación del conocimiento a situaciones nuevas serán algunos de los indicadores a considerar en el desarrollo del pensamiento lógico-efectivo; ***valores***: si las curiosidades matemáticas son presentadas de manera adecuada,

pudieran ser propicias para desarrollar y consolidar, progresivamente, una serie de valores personales y sociales que están ligados las mismas. De manera que el respeto por los demás, la libertad de acción, la perseverancia, la constancia, la actitud cooperativa, la coopetencia, la capacidad de decisión y la responsabilidad son algunos de los valores que pueden considerarse al momento de poner en marcha este tipo de actividades lúdicas; ***trabajo***: implica y exige la aplicación de la teoría para la resolución de problemas cotidianos, lo cual pudiera concretarse con el planteamiento de curiosidades específicas tomadas de la vida real. De allí que, valorar lo que se hace y mostrar satisfacción por el trabajo realizado constituyen buenos referentes para discriminar este eje ligado a la formación de hábitos, actitudes y autoestima.

Además, existen aspectos contextuales, intelectuales, emocionales, actitudinales, sistema de creencias y otros factores del dominio afectivo que también están ligados con el logro exitoso de esos procesos abordables con apoyo de la Matemágica. En tal sentido, las actividades de adivinanzas o de encuentro de soluciones presentadas como asombrosas o maravillosas, valiéndose del conocimiento personal que se tiene sobre determinadas propiedades de la Matemática, tiene un espacio importante en el proceso enseñanza-aprendizaje-evaluación dado que, entre sus tantas potencialidades, puede mejorar la atracción hacia la asignatura y provocar el interés hacia la realización de actividades. Otros detalles sobre este tema podrán encontrarse en Martínez Padrón (2007) donde asevera que todas las actividades diseñadas en el mundo de la Matemágica apuestan hacia un alto grado de motivación y autoconfianza por parte de los participantes dado que las mismas son desafiantes y llenas de significados.

Juegos de mesa y números

A continuación se presentan varias lecturas complementarias cuyo propósito es el de poner en escena algunas definiciones y caracterizaciones de los recursos y conceptos que suelen usarse tanto en la presentación didáctica de las curiosidades matemáticas seleccionadas en este libro, como en los referentes aritméticos y algebraicos que permiten, respectivamente, ejemplificar y demostrar el porqué de los resultados encontrados. En tal sentido, se hace una descripción sucinta sobre algunos juegos que se consideran de mesa: dados, cartas y dominó. De igual manera, se presentan unas breves referencias, teóricas, sobre números y sistemas de numeración.

Los dados

Un dado es un objeto que tiene forma de poliedro cuyo diseño permite mostrar resultados cuando es lanzado sobre una superficie, generalmente, horizontal. Los resultados suelen estar representados por marcas de puntos, dibujados en cada una de sus caras y ocurren de manera aleatoria cuando es lanzado, casi siempre, desde la mano. La elección del resultado puede hacerse de muchas maneras, pero se acostumbra elegirlo en función de la posición en la que queda tras el lanzamiento. Tradicionalmente, se toma, como resultado el que está marcado en la cara con vista hacia arriba, es decir, en la parte horizontal superior, pero eso no siempre es posible debido a que no todos dan esta posibilidad (figura 6.1.).

Figura 6.1: Dados en forma de tetraedro y en forma de cubo

En vista de que los dados tienen forma poliédrica, vienen a ser cuerpos geométricos y, en consecuencia, tridimensionales. Sus superficies están compuestas por una cantidad, finita, de polígonos planos que configuran sus caras, donde suelen colocarse sus marcas distintivas. Eso implica la existencia de variadas familias, como las mostradas en la figura 6.2 encontrándose, dados de 4, 6, 8, 10, 12, 20 o más caras. Según la disposición, existen dados en forma de rodillos, trompos o de cuerpos casi esféricos, pero en esta oportunidad sólo se hará referencia a los que tienen forma de cubo, dado que son los más comunes y utilizados en las actividades lúdicas.

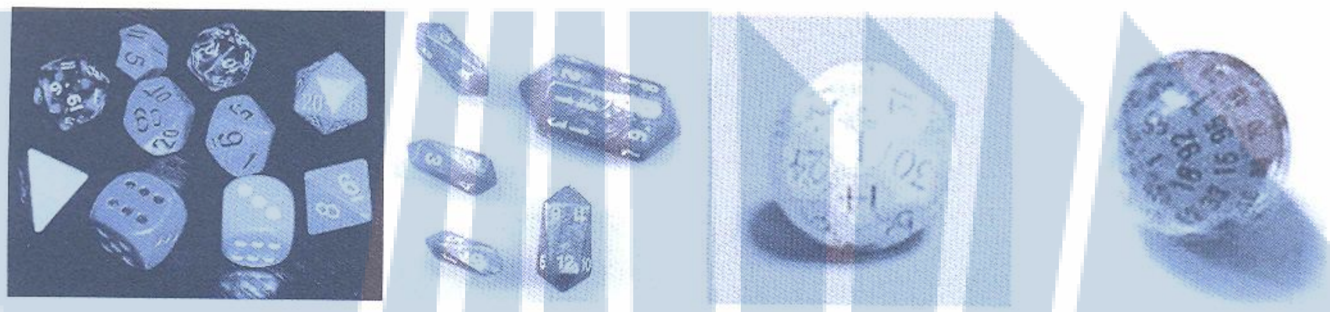


Figura 6.2: Dados de diferentes formas[36]

Los dados cúbicos

Los dados más usuales y conocidos son los que tienen forma de cubo. Debido a esa forma, están conformados por seis caras cuadradas que suelen numerarse, casi siempre, con marcas distinguidas de 1 a 6 puntos (figura 6.3) y el resultado, que suele nombrarse al ser lanzados, es el marcado en la cara superior.

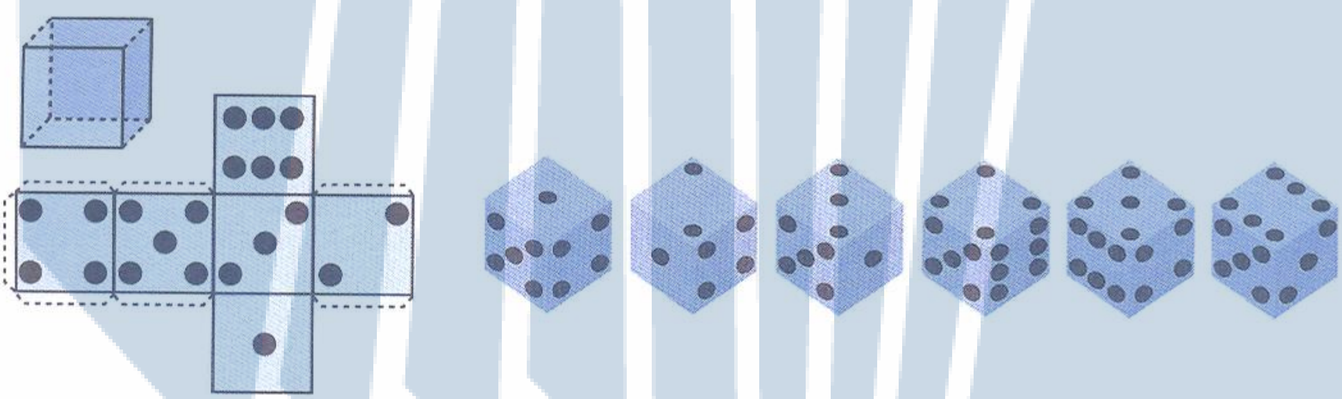


Figura 6.3: Marcas clásicas de un dado

A pesar de que los dados más conocidos tienen forma de cubo, en algunos casos pueden tener puntas redondeadas o ligeramente truncadas (figura 6.4), manteniendo caras de formas iguales y generando cuerpos que se aproximan a cubos. Sin embargo, las referencias que se dan a continuación son válidas para cualquiera de estos dos tipos de dados que, por lo general se pensarán y considerarán cúbicos.

36 Imágenes tomadas y reeditadas de: http://mocho.pt/cab/5/?image_url=images/princesa_teresa_05_big.jpg&image_ alt='Fotografia%20do%20tetraedro; http://mocho.pt/cab/5/images/princesa_teresa_04.jpg; y http://images.google.co.ve/ imgres?imgurl

De acuerdo con DivulgaMAT (2007), si los dados cúbicos son de fabricación occidental, sus caras opuestas suman 7 puntos y los números 1, 2 y 3, que aparecen en sus caras, están dispuestos en el sentido antihorario. Lo que quiere decir que si el 1 está en la cara frontal, el 2 está en la cara derecha y el 3 en la cara superior (figura 6.5). Cuando son de fabricación china, tales valores tienen una orientación opuesta.

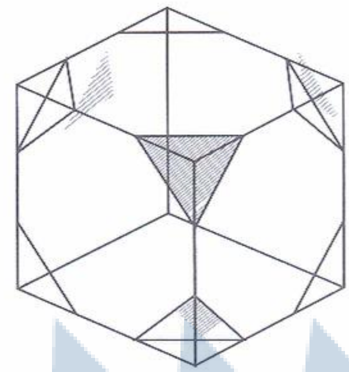


Figura 6.4: Dado con puntas ligeramente truncadas

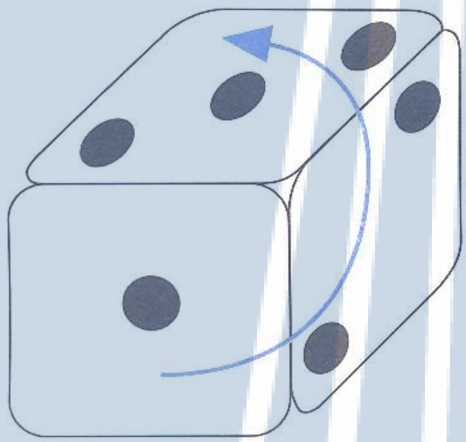


Figura 6.5: Orientación de los dados occidentales

Aunque la mayoría de los dados tienen una serie continua de puntos que van del 1 al 6, es posible que sus caras contengan colores, figuras de animales, letras, números arábigos o romanos, operaciones con números, fracciones, palabras o figuras adecuadas a la intencionalidad de su uso (figura 6.6). Tal particularidad resulta muy útil como recurso para desarrollar actividades lúdicas en el aula.

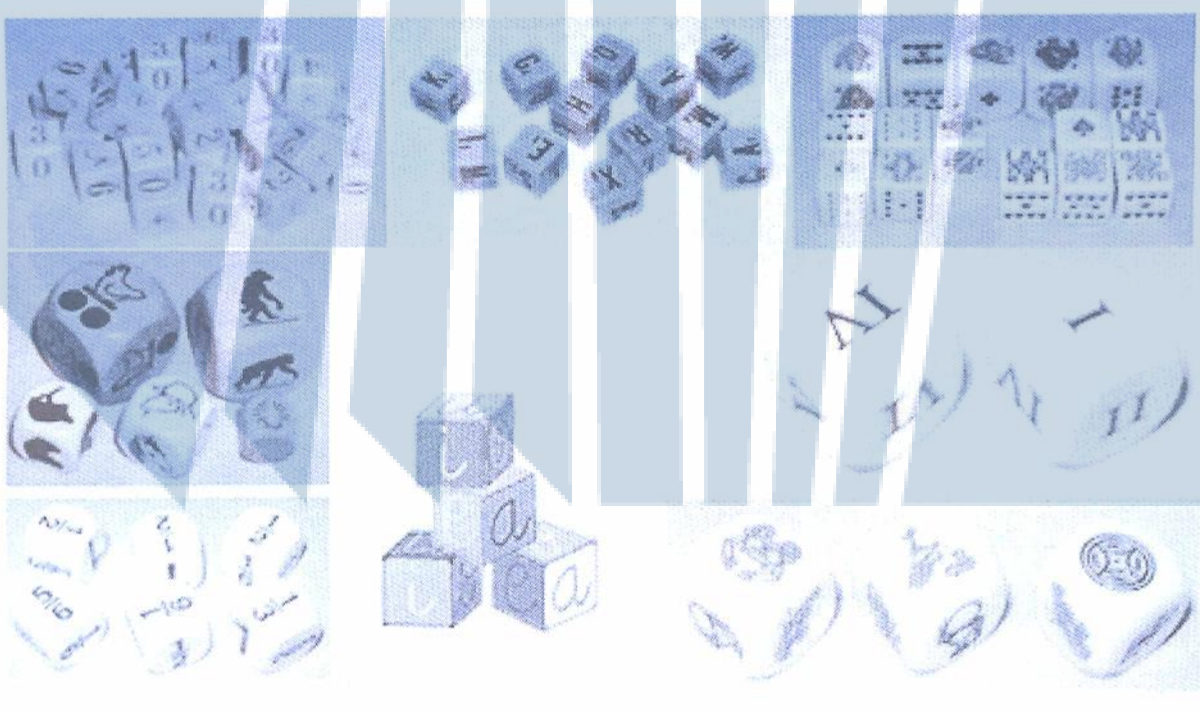


Figura 6.6: Variedad de dados cúbicos[37]

37 Collage construido con imágenes tomadas de http://images.google.co.ve/

Los dados como recurso

Con los dados se pueden realizar variadas experiencias que permiten involucrar conceptos, procesos y actuaciones. Por ello, en Matemática son útiles para abordar temas de ámbito geométrico, estadístico y probabilístico. En este último aspecto, suelen ser el recurso más utilizado para el establecimiento de contenidos conceptuales, debido a los espacios muestrales asociados a experimentos aleatorios que exigen su lanzamiento para observar los resultados posibles. Además, constituyen un valioso recurso en el mundo de la didáctica llegando a formar parte del factor común de cuanta propuesta académica se diseñe, pues, son casi obligados para materializar actividades lúdicas que se ponen en marcha para lograr el desarrollo de contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales que tienen que ver con la Matemática (Martínez Padrón, 2009). Quizás por ello, los dados son considerados como uno de los juegos de mesa más populares y conocidos, a nivel mundial. Tal ludicidad lideriza muchas opciones didácticas que permiten transponer saberes en el aula de Matemática, debido a que generan disfrute, goce, tensión, alegría, bienestar, fantasía, imaginación y muchos otros elementos cognitivos, actuativos, contextuales y afectivos, no son fáciles de inventariar (Martínez Padrón, 1997; Groenwald y Martínez Padrón, 2007).

Las cartas

Probablemente, uno de los recursos más usados por quienes hacen actos de magia son las cartas, dado que con ellas es posible organizar y desarrollar gran variedad de trucos. Algunos de estos recurren a la astucia o a la trampa, usando aspectos como cartas marcadas o acomodadas de determinada manera; otros se deben a procedimientos matemáticos que, en esta oportunidad, son los que interesan cuando la actividad esté organizada con curiosidades matemáticas que usen este tipo de recurso.

En el ámbito educativo, las cartas también tienen un espacio importante tanto en el aula de clases como fuera de ellas, por ser conocidas por gran parte de la sociedad y, posiblemente, en todas las culturas. Las mismas, suelen formar parte de una variedad de actividades lúdicas, las cuales tienen que ver con procesos como clasificación, ordenación, asociación u otros apoyados con la matematización. En este sentido, constituyen un poderoso recurso para el proceso de enseñanza-aprendizaje-evaluación de contenidos matemáticos factibles a desarrollar, no sólo en la Educación Inicial sino en Educación Superior donde existen espacios que permiten poner en escena teorías probabilísticas de gran nivel. En todo caso, son muy usadas por personas de diferentes edades, a nivel mundial y, por ende, no requiere de mayores explicaciones.

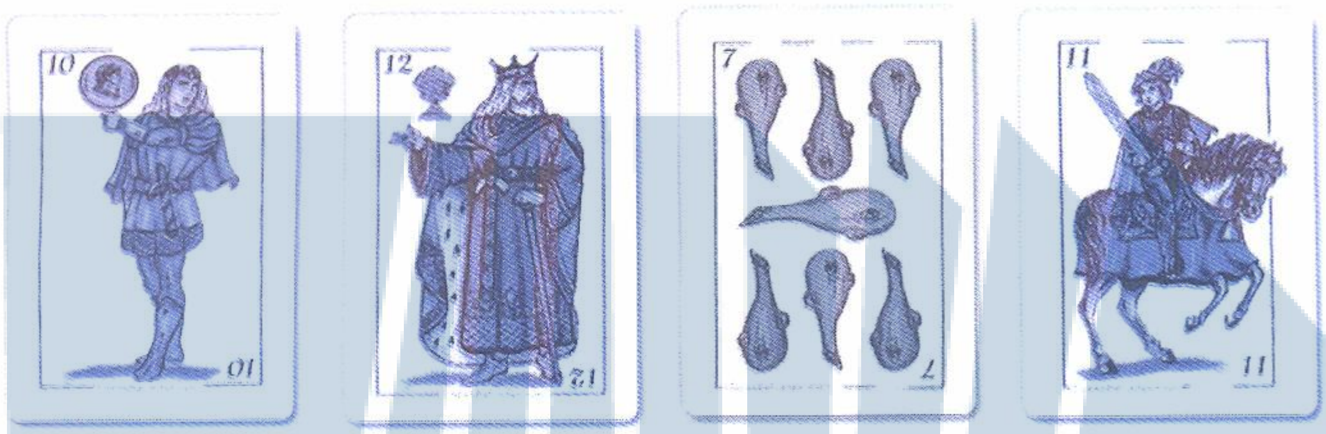
En vista de que es necesario establecer un vocabulario básico que permita poseer un mayor entendimiento de su uso, se presentan algunas consideraciones en cuanto a los tipos de cartas y sus caracterizaciones.

Las cartas (naipes o barajas) están incluidas en los denominados juegos de mesa. Se acostumbra elaborarlas en un formato rectangular, de vértices redondeados, donde se le estampan figuras, letras o números distintivos que siguen una secuencia predefinida. Al proceso de mezclarlas se le conoce como barajar, acción que siempre se ejecuta antes de iniciarse algún juego o actividad donde son utilizadas como recurso.

Existen varios tipos de cartas, entre las que se destacan las siguientes:

Las cartas españolas: conformadas por cuarenta y ocho cartas repartidas, equitativamente, en cuatro palos: Oro, Copa, Basto y Espada (figura 6.7), teniendo cada uno doce cartas (figura 6.8) con la secuencia: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 (Sota), 11 (Caballo) y 12 (Rey). La primera es conocida como As (A) y las tres últimas como figuras.

En muchas ocasiones, sólo se usan cuarenta cartas, excluyendo los números 8 y 9 (figura 6.9). Eso quiere decir que cada palo de la baraja queda con la siguiente secuencia: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ***Sota***, ***Caballo*** y ***Rey***.



Sota de Oro | Rey de Copa | Siete de Bastos | Caballo de Espada

Figura 6.7: Palos de la baraja española

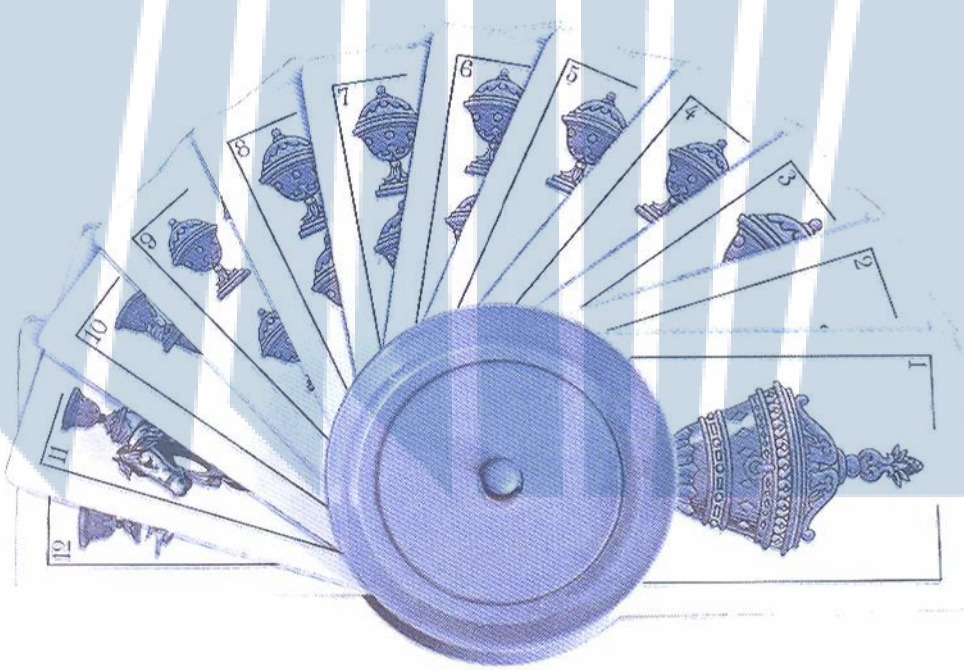


Figura 6.8 Secuencia de cartas españolas del 1 al 12

Figura 6.9 Secuencia de cartas españolas del 1 al 12, excluyendo el 8 y el 9

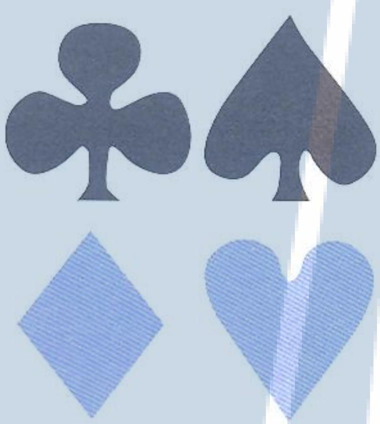


Figura 6.10: Palos de las barajas francesas

Las cartas francesas están conformadas por cincuenta y dos unidades repartidas, equitativamente, en cuatro palos: Trébol Pica, Diamante y Corazón (figura 6.10), los dos primeros de color negro y los dos últimos de color rojo. Como cada palo contiene trece cartas (figura 6.11) existen veintiséis cartas negras y veintiséis rojas. En cualquiera de los casos, las cartas de un palo particular poseen la secuencia: A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K, donde la A es conocida como As, (figura 6.12), la J (Jack) como guardian, la Q (Queen) como Reina y la K (King) como Rey.

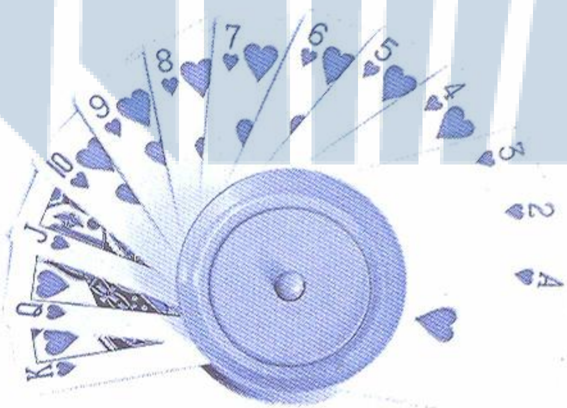
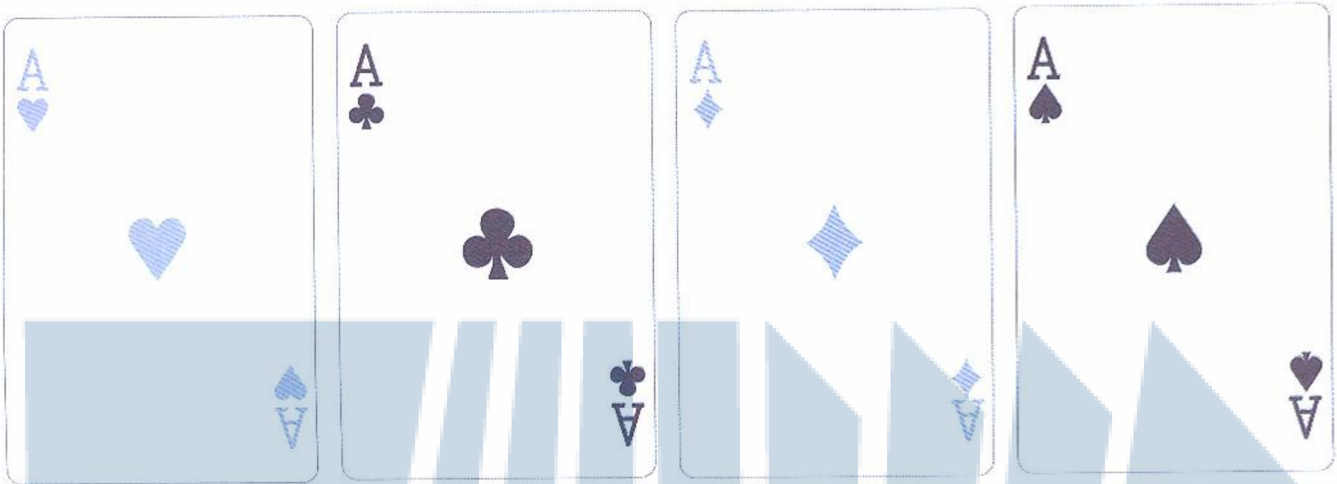


Figura 6.11: Secuencia de corazones de las barajas francesas



As de Corazones As de Tréboles As de Diamantes As de Picas

Figura 6.12: Diferentes tipos de ases

Figura 6.13: Carta que representa al comodín

En algunos juegos como la canasta, el póquer, el bridge o el buraco, suelen agregarse otras cartas genéricas que no representan ningún palo en particular pero pueden sustituirlos. Tales reciben el nombre de comodín o joker (figura 6.13) y su cara tiene un diseño particular que no hace alusión a ningún número, letra o figura. A este conjunto de cartas se le conoce como inglesas y se originan de las francesas.

Con apoyo de las ideas de Serrano Mora (2006), para todos esos tipos se tiene que:

1. La cara de la carta será donde esté dibujado el número, la letra, la figura y el palo correspondiente. A fin de no hacer ningún tipo de distinción que permita obtener información sobre la carta, la cara contraria es conocida como dorso y tiene un diseño común para todas ellas.

2. El mazo viene a ser el conjunto de cartas apiladas una sobre la otra. Se dice que está en posición natural cuando todas las cartas están orientadas de modo que sus caras no son visibles al momento de estar colocadas sobre una mesa o sobre una mano. En caso contrario, se dice que el mazo está invertido. Si está constituido por cartas francesas, su descripción ordenada puede darse mediante la siguiente sucesión números Naturales: 1, 2, 3,..., 51, 52. Para las barajas españolas, la descripción puede darse mediante la sucesión 1, 2, 3,..., 39, 40.

3. Un corte de mazo se efectúa cuando se traslada un subgrupo de cartas desde la parte superior hacia la parte inferior del mazo. Si se escogen las **n** primeras cartas de un mazo de las francesas y quedan **m** de ellas, el nuevo resultante queda organizado de la siguiente manera:

$$\overbrace{n+1,\ldots,\ n+m}^{52\text{-}n\text{ cartas}},\ \overbrace{1,\ldots,\ n}^{n\text{ cartas}}$$

con **n + m = 52**, en N natural y **0<n<52**. Procedimientos análogos se siguen para cualquier cantidad de cartas de otro tipo.

El dominó

Al igual que las cartas y los dados, el dominó también es considerado como un juego de mesa. Un juego de dominó, está conformado por 28 piezas cuya forma es la de un paralelepípedo rectangular (generalmente, con esquinas redondeadas: figura 6.14). Suelen ser de color blanco y su cara frontal, que en este caso es un rectángulo, está subdividida en dos espacios también rectangulares, y congruentes, donde cada uno de ellos lleva marcados de uno a seis puntos o, simplemente, no lleva ninguno.

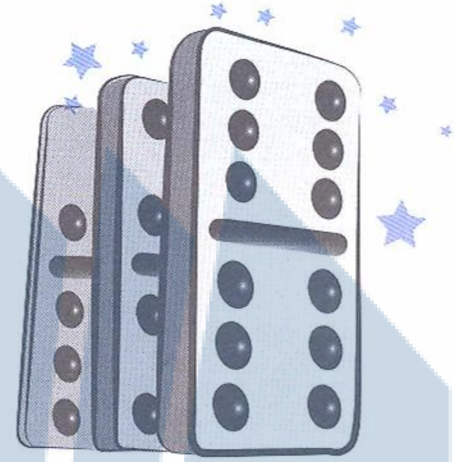


Figura 6.14: Algunas piedras del dominó

Las 28 piezas reciben el nombre de piedras y como cada una de ellas tiene dos números, representados por puntos grabados, los cuales van desde el cero (0: no tiene puntos grabados) hasta el seis, las combinaciones posibles son:

0-0 0-1 0-2 0-3 0-4 0-5 0-6

1-1 1-2 1-3 1-4 1-5 1-6

2-2 2-3 2-4 2-5 2-6

3-3 3-4 3-5 3-6

4-4 4-5 4-6

5-5 5-6

6-6

Se acota que piedras como 3-1 y 1-3 se refieren a la misma pieza, de manera que no hay un orden asociado a los dos números de una piedra.

Otros términos característicos, que suelen emplearse en el juego son los siguientes:

Pinta: cada uno de los puntos que tienen marcados las piedras. Generalmente, están en relieve y son de color negro sobre una estructura blanca.

Mano: una secuencia que acaba cuando alguno de los jugadores se queda sin piedras o cuando el juego se tranca.

Barajar: acción mediante la cual se le da vueltas a todas las piedras previamente colocadas sobre la mesa. Se acostumbra colocarlas con todas las pintas hacia abajo y la acción se ejecuta antes de iniciar cada mano.

Doble: nombre que reciben las piedras que poseen la misma cantidad de puntos en sus dos mitades. Por ejemplo: doble blanco (carece de pintas en cada una de sus dos mitades), doble tres y doble seis (conocida como la cochina).

Llegar: acción que realiza un jugador cuando coloca sus siete piezas, primero que los demás.

Capicúa: modo de ganar con una pieza que se puede colocar en alguno de los dos extremos.

Para jugar dominó suelen formarse dos equipos de dos jugadores, cada uno de los cuales se sientan uno frente al otro. Dicho juego se desarrolla en secuencia de rondas que terminan cuando uno de los jugadores juega sus siete piedras o, por el contrario, el juego se "tranca". El juego concluye cuando uno de los dos equipos acumula 100 puntos o más, según las reglas previamente convenidas.

La regla básica del juego consiste en colocar, en su turno, una ficha en cualquiera de los dos extremos abiertos, de tal forma que los puntos de uno de los lados coincidan con los del extremo de la otra ficha ubicada en la mesa (figura 6.15). Esto es posible sólo cuando el juego ya se ha iniciado, saliendo quien le corresponda en turno, con cualquier pieza de su elección, excepto en la primera ronda que por regla sale quien tiene la pieza 6-6. La colocación de los dobles debe hacerse en forma transversal.

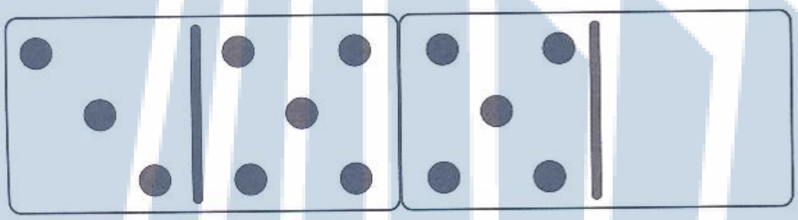


Figura 6.15: Un ejemplo de colocación de las piedras en forma adecuada

¿Guarismos, dígitos o cifras?

Para comprender situaciones básicas relacionadas con la la escritura, las operaciones o la forma polinomial de un número Natural, se hace necesario comprender cierta terminología o manera de nombrar los elementos constitutivos de una determinada cantidad, pues, existe la tendencia a confundir términos tales como número, guarismo, dígito y cifra. En este sentido, es importante señalar algunas consideraciones.

Para este documento, los términos cifra o guarismo tienen la misma conceptuación, acotando que se tomarán como cada uno de los símbolos arábigos que se emplean para representar a los números (Baldor, 1967). Para el caso de la numeración decimal, son los comprendidos desde el cero hasta nueve, ambos inclusive: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Se entenderá por dígito aquel que puede expresarse con un solo guarismo (Real Academia Española, 2009). Sin embargo, los números pueden estar formados por una o varias cifras. Esto permite afirmar que un dígito es un número o cantidad de una cifra pero no todo número o cantidad es equivalente a un dígito, así como tampoco se puede decir que un dígito está formado, por ejemplo, por tres cifras o guarismos.

De lo anterior se puede concluir que número no es lo mismo que guarismo, cifra o dígito aunque existen números que están formados por un guarismo, cifra o dígito, tal es el caso de los números llamados dígitos que son los Naturales menores que 10.

A manera de ejemplo, se puede observar que el número 325 representa 325 unidades y está formado por las cifras 3, 2 y 5. El número 2309 representa 2309 unidades y está formado por las cifras 2, 3, 0 y 9.

Sistemas de numeración

Un sistema de numeración es un conjunto de símbolos y reglas que permiten representar números. Existe más de un tipo de esos sistema. Actualmente, los que más se utilizan son los denominados posicionales, donde los símbolos asumen distintos valores según la posición que ocupen en los números.

En los sistemas de numeración existe un elemento característico que los define y se denomina base, siendo ésta el número de símbolos utilizados para la representación de las cantidades en el sistema. Esta base representa las unidades de un orden, necesario para formar una unidad de orden inmediato superior.

Dependiendo del número de símbolos, existen varios sistemas posicionales y, entre los más conocidos y usados, actualmente, se encuentran el decimal, el binario y el hexadecimal.

Para indicar en cual sistema de numeración se representa determinada cantidad, suele añadirse un subíndice a la derecha del número. No obstante, no se indica cuando se trata del sistema de numeración decimal.

El sistema de numeración decimal, de base diez. Es un sistema posicional que utiliza un conjunto de diez símbolos: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 0, cuyo significado depende, fundamentalmente, de su posición relativa. Se dice de base diez porque requiere 10 unidades para formar una decena, de diez decenas para formar una centena y así, sucesivamente, requiere 10 unidades de un orden determinado para formar una del orden inmediato superior. Por ello, la expresión general de cualquier número **k** viene dada por:

$\mathbf{k = a_1.10^n + a_2.10^{n-1} + \ldots + a_{n-1}.10 + a_n.10^0}$; donde $\mathbf{a_1, a_2, \ldots, a_n}$ son números naturales menores que 10 y representan a los coeficientes.

A manera de ejemplo, se puede observar que el número natural: 346, se puede escribir como **346 = 300 + 40 + 6**, lo cual es la descomposición del número en su forma aditiva. Partiendo de que dicho número contiene: 3 centenas, 4 decenas y 6 unidades, entonces:

$$346 = 3.\,100 + 4.10 + 6.1 \Rightarrow 346 = 3.10^2 + 4.10^1 + 6.\,10^0 \quad \text{(forma polinomial)}$$

De igual manera, si se tiene el número natural es **abcd**, de 4 cifras, entonces:

$$abcd = 1000a + 100b + 10c + d \Rightarrow abcd = a.10^3 + b.10^2 + c.10^1 + d.10^0$$

El sistema binario, de base dos. Es de mucha utilidad en el *hardware* de las computadoras y permite dar cuenta de dos estados estables: apagado y encendido, quienes, respectivamente, se simbolizan con el 0 y el 1.

En este sistema, puede observarse que el número 1001_2, por ejemplo, representa al número 9 en el sistema decimal, ya que: $\mathbf{1001_2 = 1.\,2^3 + 0.\,2^2 + 0.\,2^1 + 1.\,2^0 = 9}$

De igual manera, si se tiene el número binario **abcd**, entonces:

$$abcd_2 = a.2^3 + b.2^2 + c.2^1 + d.2^0$$

El sistema hexadecimal, o de base dieciséis. Es un sistema de numeración posicional cuyo uso está vinculado al ámbito de la informática y la computación (observar, por ejemplo, los mensajes de Windows cuando reporta una falla). Para su representación, se requiere disponer de un conjunto de 16 símbolos que, a saber son los siguientes: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F,** teniéndose que **A = 10**, **B = 11**, **C = 12**, **D = 13**, **E = 14** y **F = 15**.

A manera de ejemplo, el número $\mathbf{3B7_{16}}$, escrito en el sistema decimal es:

$$3B7_{16} = 3.\,16^2 + 11.\,16^1 + 7.\,16^0 \Rightarrow 3B7 = 3.\,256 + 11.\,16 + 7.\,1$$
$$\Rightarrow 3B7 = 768 + 176 + 7$$
$$\Rightarrow 3B7 = 951$$

Glosario

Adición: Operación matemática que consiste en añadir o reunir dos o más cantidades homogéneas (sumandos) para obtener una nueva denominada suma, la cual contiene las unidades de todos los sumados. Puede ilustrarse juntando colecciones de objetos con el fin de obtener una sola.

Algoritmo: Conjunto finito y ordenado de pasos o instrucciones que permiten llevar a cabo una tarea. Tales pasos son finitos y deben estar bien definidos.

Algebra: Rama de las Matemática que estudia las estructuras, las relaciones y las cantidades, consideradas en general, las cuales están representadas por letras, símbolos y signos. A diferencia de la Aritmética, permite formular o postular leyes en forma general sobre la base de relaciones que se establecen, haciendo uso de elementos tales como símbolos, signos, constantes y variables.

Aritmética: Rama de la Matemática que tiene por objeto el estudio de los números y las operaciones que pueden realizarse con ellos.

Azar: Cualidad presente en diversos fenómenos que se caracterizan por no mostrar una causa, orden o finalidad aparente. Por eso, es pensada como una casualidad o caso fortuito y, por ende, no se puede predecir.

Base de un sistema de numeración: Número de unidades de un orden que forman una unidad del orden inmediato superior. Contando el cero, todo sistema tiene tantas cifras como unidades tiene la base.

Cálculo mental: Técnica que permiten realizar operaciones de manera mental, sin necesidad de escribir los elementos que intervienen en ellas, ni utilizar material alguno que pueda ayudar a la memorización de pasos intermedios.

Centena: Unidad de tercer orden de un número, en el Sistema de Numeración Decimal. Está formada por 10 decenas, es decir, por 100 unidades.

Decena: Unidad de segundo orden de un número en el Sistema de Numeración Decimal. Está formada por 10 unidades.

División exacta: Operación que se realiza entre dos números o cantidades (dividendo y divisor) para obtener un tercer número o cantidad (cociente) tal que multiplicado por el divisor da como resultado el dividendo.

Factor común: Número que es factor de dos o más números. Ejemplo: 3 es factor común de 6 y 12 porque 6=3x2 y 12 = 3x4.

Forma polinómica de un número: Descomposición de un número, expresando el valor posicional de cada una de sus cifras. Usa potencias de la base del sistema de numeración al cual corresponde.

Multiplicación: Operación en la cual, dados dos números “a” y “b” (factores), se debe encontrar un tercer número (producto) que sea el resultado de sumar “b veces” el número “a”, o a la inversa.

Número: Entidad abstracta usada para representar cantidades o magnitudes. También pueden usarse como etiquetas (números de teléfono o de cédula), códigos u otros indicadores de orden.

Paralelepípedo: Sólido limitado por seis caras en forma de paralelogramos. Cada par de caras opuestas son iguales y paralelas.

Perímetro: Suma de las longitudes de los lados de un polígono

Polígono: Porción del plano limitada por líneas rectas.

Potencia: Producto de varios factores iguales.

Sistema de numeración decimal: Sistema de numeración cuya base es 10.

Sistema de numeración: Conjunto de reglas y símbolos que sirven para expresar y escribir números.

Sustracción: Operación contraria a la suma donde, dada cierta cantidad (minuendo), se quita una parte de ella (sustraendo) y el resultado se conoce como exceso, diferencia o resta. Si, por ejemplo, a+b =c, entonces “a” puede ser la diferencia y se determina así: a=c–b.

Valor absoluto de una cifra: Valor que representa al número por su figura o símbolo. Si el número es 577, el valor absoluto de cada 7 es siempre el mismo: 7.

Valor de posición: Valor que tiene cada cifra de acuerdo con el lugar que ocupa en la cantidad. Los valores de cada cifra dependen de las potencias consecutivas de la base.

Valor relativo de una cifra: Valor que tiene un número por el lugar que ocupa. Si el número es 577, el valor relativo del 7 de la derecha es 7 unidades y el valor relativo del siete, que ocupa el lugar central es 7 decenas, es decir, 70 unidades.

Volumen: Medida del espacio que ocupa un cuerpo.

Referencias bibliográficas

Alegria, P. y Carlos, J. (2002). *La Matemática desvelada* [Artículo en línea]. Revista Sigma, Nº 21, pp. 145-174. Disponible en http://www.ehu.es/ ~mtpalezp/mates/lamat.pdf. [Consulta: 2006, Abril 20].

Baldor, A. (1993). *Aritmética. Teórico práctica*. México: Publicaciones Cultural,

Barros, P. y Bravo, A. (2000). *Yakov Perelman. Biografía* [Documento en línea] Disponible en http://yperelman.ifrance.com/biografia/biografia.html, [Consulta: 2009, Mayo 1]

Barros, P. y Bravo, A. (2002.). *Aritmética recreativa. Yakov Perelman,* [Libro en línea]. Disponible en: http://www.geocities.com/aritméticarecreativa /index.html. [Consulta: 2009, Abril 4].

Callejo, M. y Vila, A. (2003). *Origen y formación de las creencias sobre la resolución de problemas. Estudio de un grupo de alumnos que comienzan la educación secundaria, Boletín de la Asociación Matemática Venezolana.* [Revista en línea], Vol.X, No.2 173-194, Disponible: http://www.emis.de/ journals/ BAMV/conten/vol10/mcallejo+vila.pdf [Consulta: 2004, Julio 31].

Cespedes, G. (2006). *Manual didáctico para la enseñanza de la Matemática mediante el uso de curiosidades matemáticas.* Trabajo de Grado no publicado. Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico Rural El Mácaro, Turmero.

Curiosidades Matemáticas. Números capicúas (s.f.). [Documento en línea]. Disponible en http://www.geocities.com/athens/acropolis/4329/capicua. htm, [Consulta: 2004, Septiembre, 15].

Curiosidades. Quadrados rápidos (s.f.). [Artículo en línea], Disponible en http://www.ancorensis.pt/sites/ancoramat/Curiosidades.htm#_top. [Consulta: 2005, Enero 20].

Díaz, P. (2004). *El carácter lúdico de las curiosidades matemáticas en el marco de la enseñanza de la Matemática.* [Artículo en línea], Escuela de Matemática. Universidad de Costa Rica. Disponible: http:/www.itcr.ac.cr / revistamate, [Consulta: 2005, Enero 25]

DivulgaMAT (2007). *La magia de los dados*, [Documento en línea]. Disponible: http://www.divulgamat.net/weborriak/Cultura/matemagia/dados2/dadosbis.html, [Consulta: 2007, Marzo 12].

Escandón, R. (1969). *Curiosidades matemáticas.* México: Organización Editorial Novaro S.A.

Fernández, J. (s.f.). *Numerales y su grafía. Números en letras y números en cifras*, [Artículo en línea]. Disponible en: http://culturitalia.uibk.ac.at/ hispanoteca/Grammatik-Stichworte/Gram% C3%A1tica% 20espa% C3% B1ola/Numerales-Graf%C3%ADa.htm.[Consulta: 2002, Enero 8]

Flores, C. (1999). *Motivación, una alternativa para el éxito.* Editorial UPEL. Caracas - Venezuela.

García de Clemente, C. (1994). *El juego como método de la enseñanza de la Matemática.* Caracas: Autor.

García, F., y Doménech, F. (1997). *Motivación, aprendizaje y rendimiento escolar*. [Documento en línea]. Revista Electrónica de Motivación y Emoción 1(0). Disponible en: http:// reme.uji.es/articulos/pa0001 /texto.html. [Consulta: 2009, Enero 27].

Garner, M (1979). *Circo matemático* (Libro en Línea). Alianza Editorial. Disponible en http://www.scribd.com/doc/7295792/Gardner-Martin-Circo-Matematico. [Consulta: Junio 25 2010]

Gómez Chacón, I. (1997). La alfabetización emocional en Educación Matemática: actitudes, emociones y creencias. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 13 (4). España: Editorial Graó.

Gómez Chacón, I. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. España: Narcea, S.A., Ediciones.

González Sanz, J. L. (2000). *El arte del dominó: teoría y práctica* (libro en Línea). España: Editorial Paidotribo. Disponible en http://books.google.co. ve/books?id= xJBCiIF7I1sC&dq=gonz%C3%A1lez+sanz+domino&printsec= frontcover&source =bn&hl=es&ei=anJnTMDjlYP98AaBofizBA&sa=X&oi=book_result&ct =result&resnum =4&ved=0CCIQ6A EwAw#v=onepa ge&q=gonz%C3%A1lez%20sanz% 20domino&f=false [Consulta: Junio 25, 2010].

Google (2009). Imágenes. Disponibles en http://images.google.com/

Groenwald C. y Martínez Padrón, O. (2007). Juegos y curiosidades en el currículo de Matemática. *Entretemas*, Año 4, Número 7, 17-32.

Groenwald, C., Oliveira, L. y Fuelber, R. (2005). A história da Matemática como recurso didático para o ensino da teoria dos números e a aprendizagem da Matemática no ensino básico. *Paradigma*, XXIV (2), 35-55.

Jiménez, C. (1996). *La lúdica como experiencia cultural. Etnografía y hermenéutica del juego*. Colombia: Mesa Redonda Magisterio.

Juegos con números (s.f.), [Artículo en línea]. http://www.Geocities.com/Eureka/Gold/8274/matemati. [Consulta: 2005, Abril 4].

Madail, A. (1998). *Actitud hacia la Matemática y rendimiento en Matemática*. Trabajo especial de grado de especialización no publicado. Universidad Santa María, Maracay.

Martínez Padrón, O. (1997). *El juego y su relación con la creatividad, la enseñanza y el aprendizaje*. Trabajo de Ascenso no publicado. Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico Rural El Mácaro, Turmero.

Martínez Padrón, O. (2003). *El dominio afectivo en la Educación Matemática: Aspectos teóricos-referenciales a la luz de los encuentros edumáticos*. Trabajo de ascenso no publicado. Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico Rural El Mácaro. Turmero

Martínez Padrón, O. (2005). Dominio afectivo en Educación Matemática. *Paradigma*, XXIV (2), 7-34.

Martínez Padrón, O. (2007). Matemágica: Un mundo de posibilidades. *Educere*, Año 11, Nº 37.

Martínez Padrón, O. (2008a). *Creencias y concepciones en encuentros edumáticos* Tesis doctoral no publicada. Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas, Caracas.

Martínez Padrón, O. (2008b). Actitudes hacia la Matemática. *Sapiens*, jun. 2008, vol.9, No.1, p. 237-256.

Martínez Padrón, O. (2009). Un encuentro con la Matemágica apoyada en dados. Investigación y Postgrado. 24 (2) 12-37.

Martínez Padrón, O. y Cespedes, G. (2005, Junio). *Bondades de las curiosidades matemáticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática*. Ponencia presentada en la IX Jornada de Investigación y Posgrado de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico Rural El Mácaro, Turmero

Martínez Padrón, O. y González, F. (2007). Problemática de la formulación de problemas de Matemática: Un caso con docentes que enseñan Matemática en la Educación Básica venezolana. *Boletim Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática (GEPEM)* Nº 50 (Ene/Jun).

Matemágicas (s.f.). *La unión hace la magia* [Documento en línea]. Disponible en: http://descartes.cnice.mec.es/matemagicas/pages/jeux_mat/indexF.htm [Consulta 2007, Agosto 12]

Matemáticas (s.f.) [Documento en línea]. Disponible en: http://www. Geocities.com /Eureka /Gold/ 8274/ matemati.htm

Matemáticas y Cultura: MateMagia MATEMAGIA 58 (2009). *La magia del triángulo de Pascal,* [Documento en línea] Disponible en: en http://www.divulgamat.ehu.es/weborriak/cultura/MateMagia, [Consulta: 2005, Abril 7]

Ministerio de Educación (1987). *Programa de estudio y manual del docente. Tercera etapa. Educación Básica.* Asignatura Matemática-Física. Caracas: Autor.

Ministerio de Educación y Deportes (2004). *Liceo bolivariano* [Documento en Línea]. Disponible: http://www.me.gov.ve/modules.php?name =Content&pa= showpage &pid =163. [Consulta: 2006, Agosto, 18].

Ministerio de Educación, Dirección de Educación Básica. (1997). *Currículo Básico Nacional. Nivel de Educación Básica*. Caracas: Autor.

Ministerio de Educación, Dirección General Sectorial de Educación Básica, Media Diversificada y Profesional, Dirección de Educación Básica (1998). *Currículo Básico Nacional. Programa de estudio de Educación Básica. Segunda etapa.* Quinto grado. Caracas: Editorial Nuevas Ideas.

Núñez, I. (1998). *La lógica. Curiosidades numéricas* [Artículo en línea] Disponible en: http//us.geocities.com / inunc/Logica ogica02.htm. [Consulta: 2005, Abril 1]

Perelman, Y. (1968). *El divertido juego de las Matemáticas.* Bogotá: Círculo de Lectores.

Ponte, J. (1994). *Knowledge, beliefs, and conceptions in mathematics teaching and learning* [Documento en línea]. Disponible: http://www.educ.fc.pt/ docentes/jponte/ind_uk.htm [Consulta: 2002, Septiembre, 25].

Problemas matemáticos. Curiosidades numéricas (s.f.). [Artículo en línea] Disponible en: http//us.geocities. Com /inunc/Logica ogica02.htm. [Consulta: 2005, Abril 1]

Problemas sobre números (s.f.). [Artículo en línea] Disponible en: http://platea. ntic. mec.es/~jescuder/ numeros.htm. [Consulta: 2005, Abril 2].

Proverbia.net (2009). *Matemáticas* [Documento en línea]. Disponible en http://www.proverbia.net/citastema.asp?tematica=452, [Consulta: 2004, Diciembre, 11].

Real Academia Española (2009). Diccionario de la lengua española. En http:/www.rae.es/rae.html. [consulta 2009, Mayo 7].

Rivero, F. (2003). *Acertijos matemáticos.* Mérida. Escuela Venezolana para la enseñanza de la Matemática

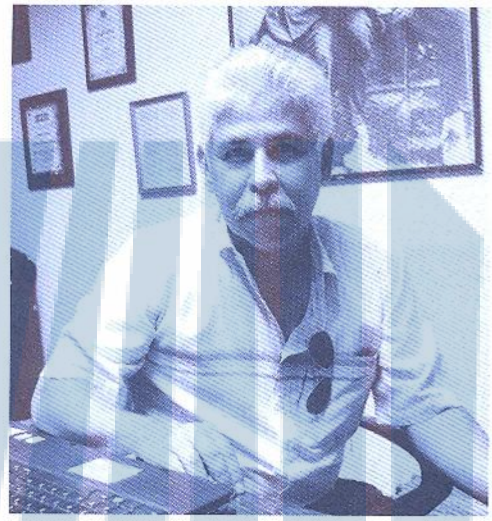
Solaeche, M. (1998). *Sistema de tabulación de coeficientes binomiales o triángulo de Pascal: un modelo numérico rasga el telar de los tiempos modernos* [Artículo en línea] Disponible en http://www.emis.de/ journals/DM/v61/art7.pdf [Consulta: 2009, Mayo 1]. Divulgaciones Matemáticas, 6 (1), 61-68.

Tahan, M. (2001). *El hombre que calculaba.* España: Lectorum Publications.

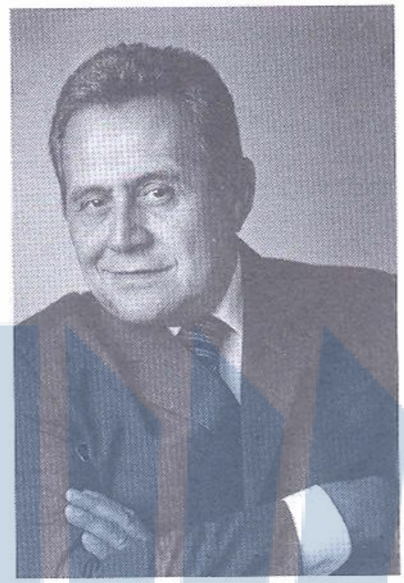
Vila, A. y Callejo, M. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas.* España: Narcea, S. A. de Ediciones.

Walt Disney Pictures (1959). *Donald in Mathmagic Land* [Cortometraje]. Estados Unidos.

Gustavo Adolfo
Cespedes Domínguez



Nacido en Maracay, Estado Aragua. Profesor egresado del Instituto Pedagógico de Maracay en la especialidad de Matemática, Especialista en Materiales Educativos Impresos. Profesor en ejercicio de la Universidad Bicentenaria de Aragua, donde ha dictado las cátedras de Matemática y Lógica. Ha sido docente del Instituto Pedagógico Rural “El Mácaro”, laborando en Matemática y Didáctica de la Matemática, también en la Universidad Nacional Experimental de las Fuerzas Armadas (UNEFA) y en otras instituciones superiores. De igual manera, ha participado en calidad de profesor invitado en seminarios de investigación en el Instituto Pedagógico Rural “El Mácaro” y realizado múltiples ponencias en jornadas de Investigación y Matemática, siempre enmarcadas en el mundo de la matemágica. Impartió clases en Educación Media en el Liceo Nacional “Pedro José Muguerza”, conduciendo cursos de Matemática y Física, y cargos administrativos como Coordinador del Departamento de Matemática y Física, y Seccional. Actualmente, es miembro activo de la Línea de Investigación “Dominio Afectivo en Educación Matemática” (LI-DAEM).



Oswaldo Jesús Martínez Padrón

Profesor de Matemática, Magíster en Educación Superior: Mención Matemática y Doctor en Educación, que incluye una Estancia Académica en la Universidad de Granada, España. Ha sido docente en Universidades venezolanas tales como la Universidad de Carabobo, la Escuela de Aviación Militar, la UNEFA y la UPEL, así como en instituciones de Educación Media, administrando cursos de Matemática, Física, Estadística y Didáctica de la Matemática. Ha ejercido cargos administrativos tales como Subdirector de Extensión y Coordinador General de Investigación en la UPEL - El Mácaro. Su dinámica investigativa incluye ponencias nacionales e internacionales en países como Brasil, Colombia, Estados Unidos, Argentina, Portugal, Paraguay, Chile, España, Guatemala y Francia. Ha escrito más de veinte artículos en revistas nacionales e internacionales. Actualmente es miembro del Núcleo de Investigación en Educación Matemática (NIEM), Coordinador de la Línea de Investigación "Dominio Afectivo en Educación Matemática" (LI-DAEM), Coordinador de Centro de Investigación para la Participación Crítica (CIPaC), y miembro del Comité Editor de la Revista Paradigma. Fue adscrito al Programa de Promoción del Investigador (PPI, Nivel I) y Premio a la Labor Investigativa (2008).

la matemágica va a la escuela

La Matemágica va a la Escuela se hizo en función de los contenidos matemáticos que subyacen en un conjunto de curiosidades matemáticas, seleccionadas del mundo de la Matemática Recreativa. Está conformado por una serie de actividades de enseñanza-aprendizaje-evaluación, propicias para ser presentadas en rutinas con apoyo de episodios didácticos cargados de misterio, curiosidad, interés, sorpresa, dramatización y magia. Es decir, planteadas en el ámbito de la Matemágica. Contiene, también, aspectos teórico-prácticos concomitantes con el desarrollo de actividades estructuradas en función del aprendizaje de contenidos previstos en los programas de Matemática de Educación Primaria y Secundaria, tomando en cuenta las competencias y el desarrollo de los referentes aritméticos (ejemplos) y algebraicos que dan luz para la construcción de variaciones y desarrollo de las explicaciones matemáticas correspondientes.

Se constituye en un material auxiliar que puede ser utilizado al momento de desarrollar contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales que subyacen en las curiosidades matemáticas que lo conforman. Su propósito es presentar las explicaciones matemáticas que sustentan ciertos trucos empleados en la realización de los actos diseñados con tales curiosidades. Como tal, abre espacios para la acción creativa y mágica sobre la base de la novedad y utilidad de la Matemágica en el campo académico y recreacional. Por ende, es propicio para activar, mantener y desarrollar factores del dominio afectivo a favor de la Matemática, mediante la puesta en escena de actividades socializadoras, dinámicas, atractivas, asombrosas, interesantes y mágicas.

Universidad Pedagógica Experimental Libertador

978-980-281-196-0